РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ АСТРОНОМИИ

Сообщения ИПА РАН N 74–75

Петров Л.Ю.

Вторичная обработка геодезических РСДБ наблюдений. I. Модель редукции

Санкт-Петербург

Petrov L.Y.

Secondary data analysis of geodetic VLBI observations. I. Reduction model

Abstract

Model of very long baseline interferometry observations and algorithm for calculation of theoretical values of group delay, phase delay rate and partials on estimated parameters has been described. This model is used in software VORIN.

Аннотация

Описана модель радиоинтерферометрических наблюдений со сверхдлинными базами (РСДБ) и алгоритм предвычисления теоретических значений групповой задержки, частоты интерференции и частных производных от этих величин по оцениваемым параметрам. Предлагаемая модель используется в программном комплексе анализа РСДБ данных ВОРИН.

1 Введение.

В настоящее время наблюдения компактных радиоисточников, выполненные на радиоинтерферометрических сетях со сверхдлинными базами (РСДБ), прочно вошли в арсенал современных методов астрометрии, геодезии и геодинамики. Построение фундаментальной системы координат на небе, создание опорной системы координат на Земле, мониторинг параметров вращения Земли (ПВЗ), прямое измерение тектонических движений плит — эти и многие другие задачи успешно решаются методом РСДБ. Для того чтобы извлечь из РСДБ наблюдений интересующие нас параметры, с той точностью, которую этот метод может потенциально обеспечить, требуется трудоёмкая процедура анализа данных.

Кратко рассмотрим принцип работы простейшего радиоинтерферометра (см. рис. 1). Каждая станция оснащена параболической антенной, независимым стандартом частоты, системой приёма, преобразования и регистрации сигнала. По заранее составленной программе станции одновременно наблюдают в течение определённого промежутка времени (от 1 до 10 минут) один и тот же компактный радиоисточник — обычно это квазар или радиогалактика. Принятый на каждой антенне сигнал усиливается, преобразуется к низкой частоте, оцифровывается и записывается на магнитную ленту. На магнитную ленту также записываются метки времени от местного стандарта частоты, калибровочные параметры и некоторая другая служебная информация. Затем ленты свозятся в центр обработки, где проводится первичный анализ. На стадии первичной или радиотехнической обработки на специализированном процессоре вычисляется взаимнокорреляционная функция сигналов. Строится зависимость взаимнокорреляционной функции от дифференциальной временно́й задержки распространения сигналов, рассчитанной на основе записанных временны́х меток, и находится максимум этой зависимости. В результате первичной обработки для каждого наблюдения определяются 4 параметра: групповая временна́я задержка, частота интерференции — скорость изменения фазовой задержки, амплитуда и фаза функции взаимной когерентности. Внутренняя точность одного измерения групповой задержки составляет 10^{-10}–10^{-12} секунды, а частоты интерференции — 10^{-14}–10^{-15} [1]. Амплитуда и фаза функции когерентности при обработке геодезических РСДБ наблюдений не используются.

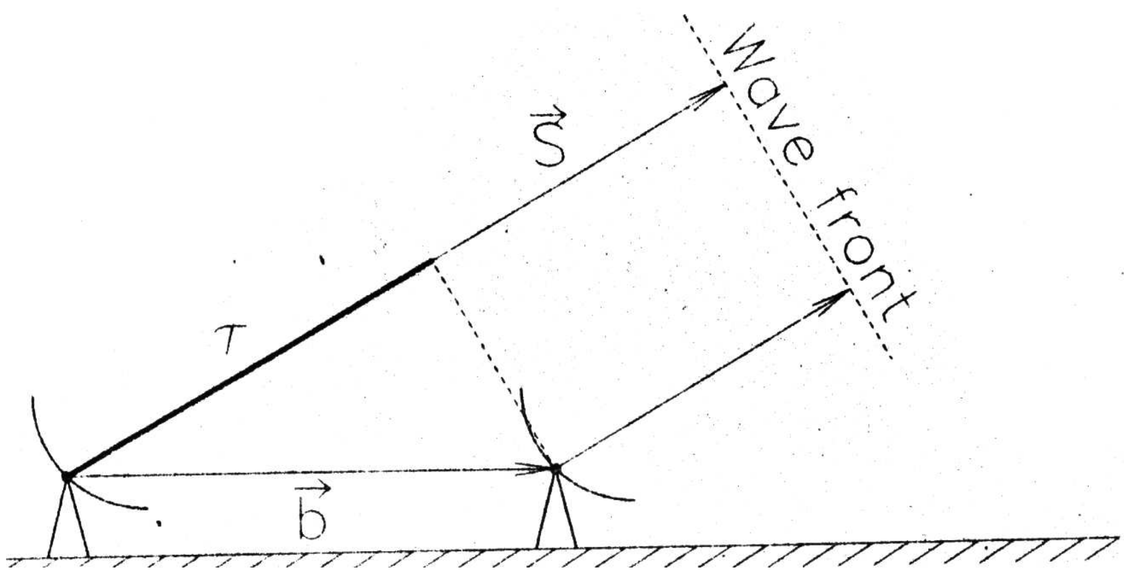

Рис. 1: Схема простейшего радиоинтерферометра.

Так как расстояние до наблюдаемого источника существенно больше расстояния между станциями, то волновой фронт можно считать плоским. Тогда в первом приближении задержку можно выразить в виде (см. рис. 1):

$$\tau = \frac{1}{c}\vec{\mathbf{b}} \cdot \underline{\vec{\mathbf{s}}} \tag{1}$$

где τ — задержка, $\vec{\mathbf{b}}$ — вектор базы, $\underline{\vec{\mathbf{s}}}$ — единичный вектор направления на источник, c — скорость света.

Из одного наблюдения можно определить проекцию вектора источника на вектор базы. Взаимное расположение вектора базы и вектора источника зависит от координат станций, координат источников, параметров вращения Земли, скорости движения Земли по её орбите и некоторых других параметров. Выполнив серию наблюдений различных источников на многих базах, можно разделить эти параметры и оценить их значения, что и производится на стадии вторичной обработки. На этой стадии составляется как можно более полная модель наблюдений и формируются уравнения, связывающие групповую задержку и частоту интерференции с параметрами модели. На основе априорных значений параметров модели предвычисляются теоретические значения для этих величин и образуются маленькие разности наблюдённых и теоретических значений: о-с. Далее вычисляются частные производные от задержки и частоты интерференции, составляются условные уравнения, связывающие параметры модели и о-с. Решив систему условных уравнений, например, с помощью метода наименьших квадратов, мы найдём поправки к априорным значениям интересующих нас параметров.

В настоящей работе описана модель РСДБ наблюдений и алгоритм предвычисления теоретических значений групповой задержки, частоты интерференции и частных производных от этих величин по оцениваемым параметрам, принятый в комплексе алгоритмов и программ ВОРИН (Вторичная Обработка РадиоИнтерферометрических Наблюдений), разработанного в Санкт-Петербургском Институте прикладной астрономии в рамках проекта "Квазар"[2]. Работа разбита на две части. Вторая часть статьи [3] содержит окончание модели редукций и таблицы. В последующих работах будет описана также процедура оценивания параметров модели [4].

2 Модель РСДБ наблюдений.

В настоящее время точность определения задержки и частоты интерференции, как было указано выше, составляет 10^{-10}–10^{-12} секунды, а частоты интерференции — 10^{-14}–10^{-15} соответственно; она определяется отношением сигнал-шум и шириной полосы регистрации. Среднеквадратическое отклонение остаточных невязок после оценивания параметров составляет для разных наблюдательных сессий величины порядка 2–$6 \cdot 10^{-11}$, 6–$9 \cdot 10^{-14}$ соответственно [5], что примерно соответствует точности определения задержки и примерно на порядок выше оценки точности определения частоты интерференции. Чтобы не внести систематических ошибок, точность модели должна быть как минимум в несколько раз больше указанных выше величин. Мы примем пороговую оценку точности моделирования 10^{-12} секунды для задержки и 10^{-15} для частоты интерференции. Конечно это не значит, что мы сможем предвычислить задержку и частоту интерференции с такой точностью (в таком случае было бы незачем наблюдать!), но нам необходимо учесть в нашей модели все те эффекты, которые могут влиять на эти величины с погрешностью, обеспечивающей достижение заданной точности. В идеальной модели, к которой следует стремиться, весь бюджет о-с должен объясняться только отличием принятых априорных значений параметров модели от реальных.

Сделаем оценки точности, с которой необходимо моделировать параметры модели. Из соотношения (1) следует:

$$\tau \leq \frac{|b|}{c}, \quad F \leq \frac{|b|}{c} \cdot \Omega \tag{2}$$

где $|b|$ — длина вектора базы, c — скорость света, F — частота интерференции, Ω — угловая скорость вращения Земли. Для базы с длиной, равной удвоенному радиусу Земли: $1.3 \cdot 10^7$ м (далее мы её будем называть максимальной базой) задержка может достигать 0.04 секунды, а частота интерференции — $3 \cdot 10^{-6}$. Для достижения пороговой точности вектор базы должен быть определён с погрешностью не менее $3 \cdot 10^{-4}$ метра при моделировании задержки и $4 \cdot 10^{-4}$ при моделировании частоты интерференции. Для максимальной базы, чтобы обеспечить точность предвычисления задержки 10^{-12} секунды, необходимо знать вектор базы с относительной погрешностью $3 \cdot 10^{-10}$. С такой же точностью необходимо моделировать угол взаимной ориентации вектора базы и вектора направления на источник. Вектор базы изменяется вследствие вращения Земли, приливных деформаций и векового движения станций, обусловленного тектоникой плит, а также движения самой антенны. Во вращении Земли должны быть приняты во внимание эффекты, дающий вклад, превышающий $3 \cdot 10^{-10}$ радиан.

Рассмотрим эти эффекты в следующем порядке. Сперва найдём выражение для задержки, тщательно учитывая релятивистские эффекты в предположении: 1) источник точечный; 2) источник бесконечно удалённый; 3) среда не оказывает влияния на распространение сигнала. Это выражение свяжет задержку, вектор направления на источник и вектор базы, а также его производные по времени. Так как оно полностью определяется геометрией задачи, назовём его геометрической задержкой. Далее мы свяжем вектор базы в той системе координат, в которой мы принимаем наблюдаемый источник неподвижным, с векторами координат станций в подвижной системе координат, связанной с Земной корой. Для того, чтобы осуществить это преобразование, мы учтём вращение Земли, периодические деформации, вызванные приливами, и смещения станций, обусловленное тектоникой плит. Кроме того, необходимо учесть собственное движение фазового центра системы регистрации антенны, вызванное перемещением антенны в течение серии наблюдений. К геометрической задержке необходимо прибавить дифференциальную задержку, вызванную средой распространения. Отдельно будет вычислена поправка к геометрической задержке, вызванная наличием у источника структуры. И в заключение должны быть рассмотрены вторичные эффекты взаимного влияния вклада в задержку, обусловленную одним эффектом, на величину вклада в задержку, вызванную другим эффектом. При заданном требовании к точности необходимо учитывать парные эффекты геометрическая — атмосферная задержка и антенный вынос — атмосферная задержка. Для того, чтобы получить частоту интерференции, необходимо продифференцировать по времени полученное выражение для задержки (за исключением дополнительной задержки, вызванной структурой радиоисточника). Будут также получены аналитические выражения для частоты интерференции и частных производных по параметрам модели.

3 Предвычисление геометрической задержки.

3.1 Ньютоново приближение.

В Ньютоновом приближении время распространения света между источником с координатами $(t_s, \vec{\mathbf{r}}_s(t_s))$ и приёмником с координатами $(t_a, \vec{\mathbf{r}}_a(t_a))$ есть

$$c(t_a - t_s) = |\vec{\mathbf{r}}_a(t_a) - \vec{\mathbf{r}}_s(t_s)| \tag{3}$$

Определим задержку в Ньютоновом приближении как разность промежутка абсолютного времени распространения фронта волны между источником и фазовым центром приёмной аппаратуры второй антенны и промежутка времени распространения фронта волны между источником и фазовым центром приёмной аппаратуры первой антенны. Источник считается точечным и бесконечноудалённым.

$$\tau_N = (t_2 - t_s) - (t_1 - t_s) = \frac{1}{c}\left(|\vec{\mathbf{r}}_2(t_2) - \vec{\mathbf{r}}_s(t_s)| - |\vec{\mathbf{r}}_1(t_2) - \vec{\mathbf{r}}_s(t_s)|\right) \tag{4}$$

Заметим, что для любых векторов $\vec{\mathbf{A}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$, таких что $|\vec{\mathbf{b}}| \ll |\vec{\mathbf{A}}|$, выражение для $|\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{b}}|$ можно разложить в ряд, удержав лишь линейный член:

$$|\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{b}}| \approx |A| + \vec{\mathbf{a}}\,\vec{\mathbf{b}} \tag{5}$$

где $\vec{\mathbf{a}} = \dfrac{\vec{\mathbf{A}}}{|A|}$. Погрешность выражения (5) не превосходит $\dfrac{1}{2}\dfrac{b^2}{|A|}$.

Введя обозначение для единичного вектора направления на источник $\dfrac{\vec{\mathbf{r}}_s(t_s)}{|r_s(t_s)|} = \underline{\vec{\mathbf{s}}}$ имеем:

$$|\vec{\mathbf{r}}_i(t_i) - \vec{\mathbf{r}}_s(t_s)| = |r_s(t_s)| - \vec{\mathbf{r}}_i(t_i)\,\underline{\vec{\mathbf{s}}} \tag{6}$$

Тогда получаем:

$$\tau_N = (t_2 - t_1) = \frac{1}{c}(\vec{\mathbf{r}}_1(t_1) - \vec{\mathbf{r}}_2(t_2))\underline{\vec{\mathbf{s}}} \tag{7}$$

Отброшенные члены порядка $\dfrac{|r_i|}{|r_s|}$ учитывают кривизну фронта волны. Они могут дать вклад в задержку порядка $\tau \cdot \dfrac{b}{R}$, где b — длина вектора базы, R — расстояние до источника. Для базы длиной 10000 км вклад отброшенных членов может достигать 10^{-12} секунды для источников, расположенных на расстоянии, меньшем $3 \cdot 10^{16}$ метров ~ 1 парсек.

3.2 Постньютоново приближение.

Прежде, чем приступить к вычислениям, оценим порядок релятивистских членов. Будем искать выражение для задержки в виде степенного ряда по параметрам $\dfrac{fM}{Rc^2}$ и $\dfrac{v^2}{c^2}$. Можно ожидать появления членов порядка $\tau\dfrac{fM}{Rc^2}$, $\tau\dfrac{fM}{Rc^2}\cdot\dfrac{v}{c}$, $\tau\dfrac{v^2}{c^2}$, где f — универсальная гравитационная постоянная, M — масса тяготеющего тела, v — скорость наблюдателя или тяготеющего тела, R — расстояние вдоль траектории луча до тяготеющего тела. Оценим максимальные значения этих величин. Для луча, касающегося Солнца, при наблюдениях на базе длиной 10000 км первые два члена могут достигать 10^{-7} и 10^{-11} секунды соответственно, Юпитера — 10^{-9} и 10^{-13}, Сатурна — 10^{-10} и 10^{-14}; Земли — $3\cdot 10^{-10}$ и 0. Член порядка $\tau\dfrac{v^2}{c^2}$ для такой базы может достигать $3\cdot 10^{-10}$ при наблюдениях источника, расположенного вблизи края Солнца. Из этих оценок видны характерные масштабы ожидаемых эффектов. В частности можно предположить, что постньютоновскую поправку к задержке, вызванную гравитационным полем Солнца и Земли, необходимо учитывать всегда, а постньютоновскую поправку, вызванную полем тяготения больших планет — только в том случае, если они расположены на угловом расстоянии от источника, не превышающем нескольких градусов. Также можно ожидать, что член порядка $\tau\dfrac{fM}{Rc^2}\cdot\dfrac{v}{c}$, вызванный гравитационным полем Солнца и его движением относительно вектора базы, может дать вклад, превышающий 10^{-12} только для источников, расположенных на расстоянии, меньшем нескольких градусов от диска Солнца.

Строгий путь решения задачи предвычисления задержки состоит в определении метрики из уравнений Эйнштейна. Затем выводится уравнение движения фотона в гравитационном поле — это будет дифференциальное уравнение второго порядка. При конкретных граничных условиях ищется его решение, находится траектория и координатная скорость движения фотона. Проинтегрировав скорость по траектории, можно найти искомое время распространения. Данный подход был последовательно развит в работах [6], [7] и особенно [8], однако он требует сложного математического аппарата и громоздких выкладок.

Наложенные ограничения на точность результата позволяют развить нестрогий, упрощённый вывод релятивистского выражения для временно́й задержки. Прежде всего отметим, что грубые оценки позволяют сделать вывод, что достаточно ограничиться в рассмотрении членами, пропорциональными $\dfrac{U}{c^2}$, где U — гравитационный потенциал Солнца и Земли. Будем искать решение задачи в барицентрической системе координат (BRS). В данном приближении мы можем записать BRS метрику в таком виде [9]:

$$\left[\begin{array}{ll} g_{00} & = 1 - 2\dfrac{U}{c^2} + O(c^{-4}) \\ g_{0k} & = O(c^{-3}) \\ g_{mn} & = -\delta_{mn}\left(1 + 2\dfrac{U}{c^2}\right) + O(c^{-4}) \end{array}\right. \tag{8}$$

где U — сумма гравитационных потенциалов тел Солнечной системы, δ_{mn} — оператор Кронекера.

Согласно резолюции 1 Генеральной Ассамблеи IAU, IAG, IUGG от 1991 координаты источников должны приводится в барицентрической системе координат с метрикой (8) [10].

Рассмотрим сперва качественно, что нового по сравнению с ньютоновским приближением вносит постньютоновское приближение? Во-первых, траектория распространения фотона становится кривой, во-вторых, координатная скорость фотона становится функцией координат. Из симметрии задачи ясно, что траектория распространения фотона в поле тяготения сферически-симметричного тела будет плоской кривой. Угол между асимптотами будет иметь величину порядка $\dfrac{fM}{Rc^2}$. В свою очередь изменение длины траектории по порядку величины пропорционально косинусу угла между асимптотами минус единица и имеет порядок малости $\dfrac{f^2M^2}{R^2c^4}$. Этой величиной мы пренебрегаем. Таким образом в нашем приближении единственным новым эффектом, который вносит общая теория относительности, является уменьшение координатной скорости распространения фотона в гравитационном поле тел Солнечной системы.

Будем считать траекторию фотона прямой и учитывать изменение координатной скорости света $c_{co}(l)$ с расстоянием.

Из метрики (8) следует выражение для квадрата четырёхмерного интервала:

$$ds^2 = c^2(1 - 2\frac{U}{c^2})dt^2 - (1 + 2\frac{U}{c^2})dr^2 \tag{9}$$

Интервал между двумя любыми событиями на мировой линии фотона есть 0. Тогда

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = c^2 \frac{1 - 2\dfrac{U}{c^2}}{1 + 2\dfrac{U}{c^2}} \tag{10}$$

пренебрегая членами порядка $\dfrac{U^2}{c^4}$ получаем:

$$c_{co} = \frac{dr}{dt} = c\left(1 - 2\frac{U}{c^2}\right) \tag{11}$$

Это и есть искомое выражение для $_{co}$. Перепишем (11), подставив выражение для гравитационного потенциала сферически-симметричного тела:

$$\frac{dr}{dt} = c\left(1 - 2\frac{fM}{c^2}\frac{1}{r}\right) \tag{12}$$

Для удобства интегрирования введём систему координат (ξ, η) с началом в центре гравитирующего тела, направив ось ξ параллельно направлению на источник (см. рис 2).

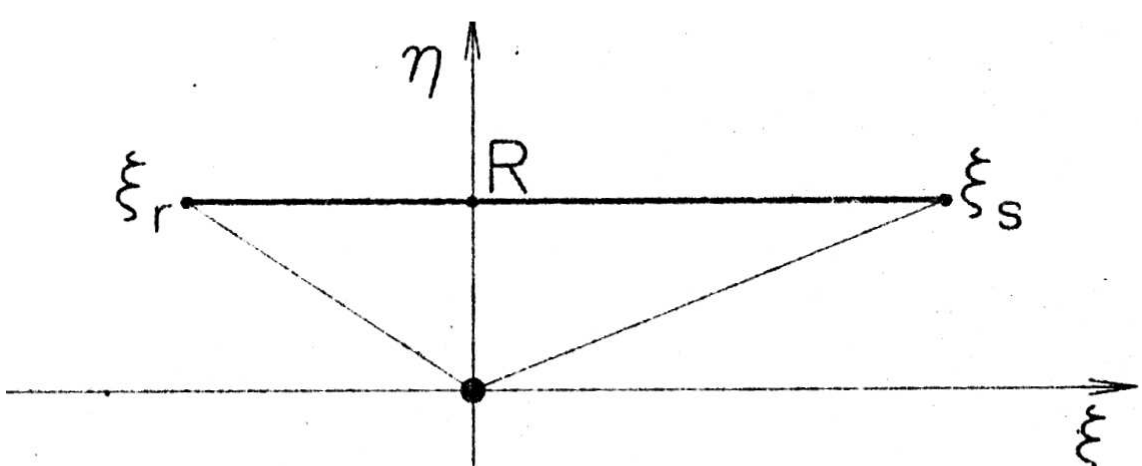

Рис. 2:

В этой системе координат дифференциал элемента дуги выражается совсем просто: $dl = d\xi$. Дифференциальное уравнение (12) без труда решается в квадратурах:

$$c(t_r - t_s) = \int\limits_{\xi_r}^{\xi_s} \frac{d\xi}{c\left(1 - \dfrac{2fM}{c^2\sqrt{\xi^2+R^2}}\right)} = \int\limits_{\xi_r}^{\xi_s} 1 \cdot d\xi + \frac{2fM}{c^2}\int\limits_{\xi_r}^{\xi_s} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2+R^2}} =$$

$$\frac{1}{c}(\xi_s - \xi_r) + \frac{2fM}{c^3}\left(\ln(\xi_s + \sqrt{\xi^2+R^2}\,) - \ln(\xi_s - \sqrt{\xi^2+R^2}\,)\right) \tag{13}$$

В итоге получаем:

$$(t_r - t_s) = (\xi_s - \xi_r) + \frac{2fM}{c^2}\ln\frac{\xi_s + \sqrt{\xi_s^2+R^2}}{\xi_r + \sqrt{\xi_r^2+R^2}} \tag{14}$$

Следует отдельно рассмотреть два случая: когда $\xi_r \geq 0$ и когда $\xi_r \leq 0$. Выполнив элементарные геометрические преобразования, приведём соотношение (14) к виду:

$$(t_r - t_s) = |\vec{\mathbf{r}}_s - \vec{\mathbf{r}}_r| + \frac{2fM}{c^2}\ln\frac{|\vec{\mathbf{r}}_s - \vec{\mathbf{R}}| + |\vec{\mathbf{r}}_r - \vec{\mathbf{R}}| + |\vec{\mathbf{r}}_s + \vec{\mathbf{r}}_r|}{|\vec{\mathbf{r}}_s - \vec{\mathbf{R}}| + |\vec{\mathbf{r}}_r - \vec{\mathbf{R}}| + |\vec{\mathbf{r}}_s - \vec{\mathbf{r}}_r|} \tag{15}$$

Второй член в (15) представляет собой постньютоновскую поправку, которую ещё называют гравитационной рефракцией. Выражение для гравитационной рефракции впервые было получено Шапиро [11]. Найдём задержку с учётом постньютоновского члена. Представим задержку в виде суммы $\tau = \tau_n + \tau_{pn}$. Преобразуем τ_{pn}:

$$\begin{aligned} \tau_{pn} = \; & \sum_j \frac{2fM_j}{c^3}\ln\frac{|\vec{\mathbf{r}}_s - \vec{\mathbf{R}}_j| + |\vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{R}}_j| + |\vec{\mathbf{r}}_s + \vec{\mathbf{r}}_2|}{|\vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{R}}_j| + |\vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{R}}_j| + |\vec{\mathbf{r}}_s - \vec{\mathbf{r}}_2|} \times \\ & \frac{|\vec{\mathbf{r}}_s - \vec{\mathbf{R}}_j| + |\vec{\mathbf{r}}_1 - \vec{\mathbf{R}}_j| + |\vec{\mathbf{r}}_s + \vec{\mathbf{r}}_1|}{|\vec{\mathbf{r}}_1 - \vec{\mathbf{R}}_j| + |\vec{\mathbf{r}}_1 - \vec{\mathbf{R}}_j| + |\vec{\mathbf{r}}_s - \vec{\mathbf{r}}_1|} \end{aligned} \tag{16}$$

где суммирование производится по всем гравитирующим телам. Учитывая, что $|\vec{\mathbf{r}}_s| \gg |\vec{\mathbf{R}}_j|$ и $|\vec{\mathbf{r}}_s| \gg |\vec{\mathbf{r}}_j|$, выражение (16) можно упростить в силу

(5) :

$$\begin{aligned}\tau_{pn} = & \sum_j \frac{2fM_j}{c^3} \ln\Big|\frac{|\vec{\mathbf{r}}_s| - \vec{\mathbf{R}}_j\underline{\vec{\mathbf{s}}} + |\vec{\mathbf{r}}_s| - \vec{\mathbf{r}}_2\underline{\vec{\mathbf{s}}} + |\vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{R}}_j|}{|\vec{\mathbf{r}}_s| - \vec{\mathbf{R}}_j\underline{\vec{\mathbf{s}}} - |\vec{\mathbf{r}}_s| + \vec{\mathbf{r}}_2\underline{\vec{\mathbf{s}}} + |\vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{R}}_j|} \times \\ & \frac{|\vec{\mathbf{r}}_s| - \vec{\mathbf{R}}_j\underline{\vec{\mathbf{s}}} + |\vec{\mathbf{r}}_s| - \vec{\mathbf{r}}_1\underline{\vec{\mathbf{s}}} + |\vec{\mathbf{r}}_1 - \vec{\mathbf{R}}_j|}{|\vec{\mathbf{r}}_s| - \vec{\mathbf{R}}_j\underline{\vec{\mathbf{s}}} - |\vec{\mathbf{r}}_s| + \vec{\mathbf{r}}_1\underline{\vec{\mathbf{s}}} + |\vec{\mathbf{r}}_1 - \vec{\mathbf{R}}_j|}\Big| = \\ & \sum_j \frac{2fM_j}{c^3} \ln\Big|\frac{|\vec{\mathbf{r}}_1 - \vec{\mathbf{R}}_j| + (\vec{\mathbf{r}}_1 - \vec{\mathbf{R}}_j) \cdot \underline{\vec{\mathbf{s}}}}{|\vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{R}}_j| + (\vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{R}}_j) \cdot \underline{\vec{\mathbf{s}}}}\Big|\end{aligned} \tag{17}$$

Обозначим $\vec{\mathbf{G}}_i$ топоцентрический вектор гравитирующего тела для i-ой станции и $\underline{\vec{\mathbf{g}}}_i$ этот же вектор, но нормированный на 1. Выражение (17) можно окончательно записать в виде:

$$\tau_{pn} = \sum_j \frac{2fM_j}{c^3} \ln\Big|\frac{|G_1| - \vec{\mathbf{G}}_1\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}}{|G_2| - \vec{\mathbf{G}}_2\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}}\Big| \tag{18}$$

Для Солнца и больших планет $|G| \gg |b|$. Тогда, отбрасывая члены порядка $(\frac{b}{G})^2$, мы можем преобразовать (18) в

$$\tau_{pn} = \sum_k \frac{2fM_k}{c^3} \ln\left|1 + \frac{1}{|G_2|} \cdot \frac{\vec{\mathbf{b}}\,(\underline{\vec{\mathbf{g}}}_2 - \underline{\vec{\mathbf{s}}})}{1 - \underline{\vec{\mathbf{g}}}_2\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}}\right| \tag{19}$$

где суммирование идёт по всем телам Солнечной системы, гравитационное поле которых учитывается, кроме Земли. Для Земли $\vec{\mathbf{G}} = 0$ и поэтому (18) переходит в

$$\tau_{pn_\oplus} = \frac{2fM_\oplus}{c^3} \ln\Big|\frac{|r_1| + \vec{\mathbf{r}}_2\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}}{|r_1| + \vec{\mathbf{r}}_2\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}}\Big| \tag{20}$$

Пренебрегая членами порядка $\frac{h}{R_\oplus}$, где h — высота станции над уровнем моря, и заметив, что $\frac{\vec{\mathbf{r}}_i\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}}{|r_i|} = \sin E_i$, где E_i — высота источника над горизонтом для i-ой станции, мы можем записать окончательное выражение для гравитационной задержки в поле Земли:

$$\tau_{pn_\oplus} = \frac{2fM_\oplus}{c^3} \ln\left|\frac{1 + \sin E_1}{1 + \sin E_2}\right| \tag{21}$$

Последнее замечание. Выражение (19) выводилось в предположении, что гравитирующие тела неподвижны. Это не так. За время путешествия света в пределах Солнечной системы тела перемещаются. Спрашивается, на какой момент времени следует поставлять координаты тела в формуле (19)? Интуитивно ясно, что так как в интеграл (13) наибольший вклад даёт участок траектории вблизи гравитирующего тела, то брать координаты тела следует на момент времени, когда фотон находился на минимальном расстоянии от гравитирующего тела. Строгое доказательство этого факта впервые было получено в работе [12].

3.3 Преобразования геометрической задержки.

Выпишем полученное ранее выражение для задержки:

$$t_{2b} - t_{1b} = \frac{1}{c}\left(\vec{\mathbf{R}}_{1b}\left(t_{1b}\right) - \vec{\mathbf{R}}_{2b}\left(t_{2b}\right)\right)\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}_b + \tau_{gr,pl} + \tau_{gr_\oplus} \tag{22}$$

Индекс $_b$ подчёркивает, что вектора и моменты времени приведены в барицентрической системе координат. Нам необходимо, во-первых, предвычислить барицентрические вектора станции, во-вторых, связать $t_{2b}-t_{1b}$ с наблюдаемой задержкой.

Для начала приведём барицентрические вектора станции к одному и тому же аргументу. Разложим вектор $\vec{\mathbf{R}}_2$ в ряд вблизи момента t_{1b}:

$$\vec{\mathbf{R}}_{2b}(t_{2b}) = \vec{\mathbf{R}}_{2b}(t_{1b}) + \dot{\vec{\mathbf{R}}}_{2b}(t_{1b})\cdot(t_{2b}-t_{1b}) + \frac{1}{2}\ddot{\vec{\mathbf{R}}}_{2b}(t_{1b})\cdot(t_{2b}-t_{1b})^2 + \ldots \tag{23}$$

Оценим максимальные члены приведённых членов разложения. Так как $|\dot{\vec{\mathbf{R}}}_{2b}| \le |V_\oplus| + |v_e| \sim 3\cdot 10^4/$, а $|\ddot{\vec{\mathbf{R}}}_{2b}| \le |A_\oplus| + |a_e| \sim 3\cdot 10^{-2}/^2$, то вклад первой производной может для максимальной базы достигать 900м, а вклад второй производной — $3\cdot 10^{-5}$ м, и им, конечно же, следует пренебречь. Подставив разложение (23) в (22) и решив неявное уравнение, мы получаем:

$$t_{2b} - t_{1b} = \frac{1}{c}\,\frac{\left(\vec{\mathbf{R}}_{1b}\left(t_{1b}\right) - \vec{\mathbf{R}}_{2b}\left(t_{2b}\right)\right)\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}_b + \tau_{gr,pl} + \tau_{gr_\oplus}}{1 + \frac{1}{c}\dot{\vec{\mathbf{R}}}_{2b}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}} \tag{24}$$

Теперь стоит задача предвычислить барицентрические вектора станции. Координаты станции определяются на заданную эпоху в системе координат, жёстко связанной с Земной корой (Crust Fixed System — далее CFS) и вращающейся вместе с Землёй. CFS система связана с невращающейся геоцентрической системой координат (далее TRS) линейным преобразованием — матрицей вращения, которая зависит от 9 параметров вращения Земли (далее ПВЗ). Эти 9 ПВЗ выбираются так, чтобы направления осей системы координат, получившейся после преобразования CFS системы, совпадали с BRS, и эта система координат так же, как и BRS, была бы кинематически невращающейся. Для полного определения каталога станций необходимо задать метрику системы координат, в которой построен каталог. Так как релятивистскими эффектами, связанными с вращением Земли при существующей точности каталога можно смело пренебречь, удобнее записать метрику для геоцентрической невращающейся системы координат. Точный вид метрики определяется соглашением. Согласно рекомендациям 1 и 3.3 XXI Генеральной Ассамблеи IAU (1991) [10] вводят кинематически невращающуюся системы координат GRS со следующей метрикой:

$$\left[\begin{array}{ll} g_{00} & = 1 - 2\dfrac{U_\oplus}{c^2} + O(c^{-4}) \\ g_{0k} & = O(c^{-3}) \\ g_{mn} & = -\delta_{mn}\left(1 + 2\dfrac{U_\oplus}{c^2}\right) + O(c^{-4}) \end{array}\right. \tag{25}$$

В то же время рекомендация 4.2 и 4.1 XXI Генеральной Ассамблеи IAU предлагает использовать для видимых геоцентрических эфемерид Земное время TT, которое связано с координатным временем GRS соотношением

$$t_{GRS} - TT = 2\frac{U_{geoid}}{c^2} \tag{26}$$

где U_{geoid} — потенциал на геоиде. Система координат, для которой TT является координатным временем — назовём её GRS′ — будет иметь метрику

$$\left[\begin{array}{ll} g_{00} & = 1 - 2\dfrac{U_{\oplus} - U_{geoid}}{c^2} + O(c^{-4}) \\ g_{0k} & = O(c^{-3}) \\ g_{mn} & = -\delta_{mn}\left(1 + 2\dfrac{U_{\oplus} + U_{geoid}}{c^2}\right) + O(c^{-4}) \end{array}\right. \tag{27}$$

Для объектов, расположенных на поверхности Земли, хорошей аппроксимацией метрики (27) (считаем гравитационное поле Земли сферически-симметричным) будет выражение:

$$\left[\begin{array}{ll} g_{00} & = 1 - 2\dfrac{g_{loc}h_{ort}}{c^2} + O(c^{-4}) \\ g_{0k} & = O(c^{-3}) \\ g_{mn} & = -\delta_{mn}\left(1 + 2\dfrac{2U_{geoid} + g_{loc}h_{ort}}{c^2}\right) + O(c^{-4}) \end{array}\right. \tag{28}$$

где g_{loc} — локальное ускорение силы тяжести, h_{ort} — ортометрическая высота объекта (высота над геоидом). Обратим внимание на то, что выбор метрики является вопросом соглашения. При выводе координат станций из РСДБ наблюдений стандарт IERS 92 рекомендует использовать метрику GRS$'$. Другие авторы при обработке РСДБ наблюдений [5], [13], [14] используют формулы для вычисления задержки, также основанные на предположении, что метрика TRS системы координат описывается выражением, эквивалентным (28).

Выполним преобразование координат из геоцентрической системы в BRS для события 1, определяемого положением первой антенны и моментом прихода волнового фронта на 1-ую антенну, и событием 2, определяемым положением второй антенны и моментом времени, одновременным (в BRS системе!) с событием 1. Если бы и BRS-система координат, и GRS$'$ системы были бы псевдоевклидовыми, то данное преобразование было бы преобразованием Лоренца, которое с точностью до членов порядка $\dfrac{1}{c^2}$ записывается [9] в виде

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{R}}_b &= \vec{\mathbf{r}}_g + \vec{\mathbf{v}}\Delta t_g + \frac{1}{2}\frac{(\vec{\mathbf{r}}_t\,\vec{\mathbf{v}})\vec{\mathbf{v}}}{c^2} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\vec{\mathbf{v}}\Delta t_g \\ \Delta t_g &= \Delta t_b - \frac{\vec{\mathbf{R}_\mathbf{b}}\,\vec{\mathbf{v}}}{c^2} - \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\Delta t_b \end{aligned} \tag{29}$$

Нетрудно убедиться, что наличие в метрическом тензоре BRS диагональных членов, отличных от ± 1, приводит к следующему закону преобразования 4-вектора из GRS$'$ в BRS:

$$\begin{aligned}
\vec{\mathbf{R}}_b &= \left(1 - \frac{\bar{U} + 2U_{geoid} + 2g_{loc}h_{ort}}{c^2}\right)\vec{\mathbf{r}}_g + \vec{\mathbf{v}}\Delta t_g + \frac{1}{2}\frac{(\vec{\mathbf{r}}_g\,\vec{\mathbf{v}})\vec{\mathbf{v}}}{c^2} + \\
&\quad \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\vec{\mathbf{v}}\Delta t_g + \vec{\mathbf{R}}_0 \qquad (30) \\
\Delta t_g &= \left(1 - \frac{\bar{U} + U_{geoid} + g_{loc}h_{ort}}{c^2}\right)\Delta t_b - \frac{\vec{\mathbf{R}}_b\,\vec{\mathbf{v}}}{c^2} - \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\Delta t_b
\end{aligned}$$

где $\bar{U}$ — потенциал, создаваемый в геоцентре всеми телами Солнечной системы, кроме Земли, U_{geoid} — гравитационный потенциал геоида, $\vec{\mathbf{v}}$ — барицентрическая скорость геоцентра. Так как высота РСДБ станции над уровнем моря не превышает нескольких километров, то члены $\frac{g_{loc}h_{ort}}{c^2}$ имеют порядок нескольких единиц 10^{-13} и поэтому могут быть отброшены. Заметим также, что с требуемой нам точностью мы можем заменить $\bar{U}$ на $\frac{1}{2}\frac{V^2{}_{\oplus}}{c^2}$. Теперь перепишем выражение (30), опуская члены порядка малости $O(c^{-3})$ и меньше, в таком виде:

$$\begin{aligned}
\vec{\mathbf{R}}_{ib} &= \left(1 - \frac{1}{2}\frac{V^2{}_{\oplus} + 2U_{\oplus}}{c^2}\right)\vec{\mathbf{r}}_{ig} - \frac{1}{2}\frac{(\vec{\mathbf{r}}_{ig}\,\vec{\mathbf{V}}_{\oplus})\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}}{c^2} + \\
&\quad \left(1 - \frac{U}{c^2}\right)\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\Delta t_{ib} + \vec{\mathbf{R}}_0 \qquad (31) \\
\Delta t_{ib} &= \left(1 + \frac{3}{2}\frac{V^2{}_{\oplus}}{c^2}\right)t_{[i]g} + \frac{\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\,r_{ig}}{c^2}
\end{aligned}$$

Выбором произвольной константы $\vec{\mathbf{R}}_0$ добьёмся, чтобы $\vec{\mathbf{R}}_{ib}(t_{1b})$ преобразовывался как

$$\begin{aligned}
\vec{\mathbf{R}}_{1b}(t_{1b}) &= \left(1 - \frac{1}{2}\frac{V^2{}_{\oplus} + 2U_{\oplus}}{c^2}\right)\vec{\mathbf{r}}_{1g}(t_{[1]g}) - \frac{1}{2}\frac{(\vec{\mathbf{r}}_{1g}\,\vec{\mathbf{V}}_{\oplus})\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}}{c^2} \\
\vec{\mathbf{R}}_{2b}(t_{1b}) &= \left(1 - \frac{1}{2}\frac{V^2{}_{\oplus} + 2U_{\oplus}}{c^2}\right)\vec{\mathbf{r}}_{2g}(t_{[2]g}) - \frac{1}{2}\frac{(\vec{\mathbf{r}}_{2g}\,\vec{\mathbf{V}}_{\oplus})\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}}{c^2}
\end{aligned} \qquad (32)$$

Обратим внимание на то, что временна́я координата событий 1 и 2 была одинаковой в BRS, но будет разной в геоцентрической системе координат.

Из второго уравнения (31) можно связать $t_{[1]g}$ и $t_{[2]g}$:

$$t_{[2]g} = t_{[1]g} + \frac{\vec{\mathbf{V}}_\oplus \vec{\mathbf{r}}_1 - \vec{\mathbf{V}}_\oplus \vec{\mathbf{r}}_2}{c^2} \tag{33}$$

Так как разность $t_{[2]g} - t_{[1]g}$ мала, то мы можем заменить $\vec{\mathbf{r}}_{2g}(t_{[2]g})$ на $\vec{\mathbf{r}}_{2g}(t_{[1]g}) + \vec{\mathbf{v}}_2 \dfrac{(\vec{\mathbf{V}}_\oplus (\vec{\mathbf{r}}_1 - \vec{\mathbf{v}}_2))\, \vec{\mathbf{V}}_\oplus}{c^2}$. Введём геоцентрический вектор базы $\vec{\mathbf{b}}_g$: $\vec{\mathbf{b}}_g(t_{1g}) = \vec{\mathbf{r}}_{1g}(t_{1g}) - \vec{\mathbf{r}}_{2g}(t_{1g})$. Выразим $\vec{\mathbf{R}}_{1b}(t_{1b}) - \vec{\mathbf{R}}_{2b}(t_{2b})$ через вектор базы и скорости станций. Так как $\vec{\mathbf{V}}_\oplus \sim 3 \cdot 10^4$ м/с, а $\vec{\mathbf{v}}_g \le 500/c$, то следует удерживать члены порядка $\dfrac{{V_\oplus}^2}{c^2}, \dfrac{\vec{\mathbf{V}}_\oplus \vec{\mathbf{v}}_g}{c^2}$, в то же время отбрасывая члены порядка $\dfrac{v_g^2}{c^2}$. Выполнив преобразования, окончательно получим:

$$\vec{\mathbf{R}}_{1b}(t_{1b}) - \vec{\mathbf{R}}_{2b}(t_{2b}) = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{V^2{}_\oplus + 2U_\oplus}{c^2}\right)\vec{\mathbf{b}}_g - \frac{1}{2}\frac{(\vec{\mathbf{b}}_g\, \vec{\mathbf{V}}_\oplus)}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_\oplus \tag{34}$$

Теперь нам необходимо связать наблюдённую задержку с разностью временны́х координат $t_{2b} - t_{1b}$, которая стоит в левой части (24). Для этого прежде всего необходимо уточнить, что измеряется в РСДБ эксперименте. Эксперимент начинается с синхронизации часов перед началом серии. Для каждого наблюдения на магнитную ленту записывается сам сигнал и метки времени по часам данной станции. Во время первичной обработки находится такой сдвиг магнитных лент друг относительно друга, который давал бы максимум корреляции. Разность временны́х меток для этого момента и является задержкой. Поэтому строгое определение задержки можно сформулировать следующим образом: **Задержка** *есть разность значения интервала собственного времени второй станции между событиями: синхронизация часов — приход волнового фронта на фазовый центр приёмной аппаратуры второй станции и значения интервала собственного времени первой станции между событиями: синхронизация часов — приход волнового фронта на фазовый центр приёмной аппаратуры первой станции.*

Свяжем интервал собственного времени $(t_2 - t_{syn})_{ip}$ с промежутком координатного времени BRS. Аналогично второму уравнению (30) мы можем записать закон преобразования интервалов координатного времени BRS t_b и интервалов собственного времени t_p:

Запишем:

$$dt_p = \left(1 - \frac{U}{c^2} - \frac{1}{2}\frac{V^2}{c^2}\right) dt_b \qquad (35)$$

Разложим потенциал U вблизи геоцентра, сохранив лишь линейный член и считая гравитационное поле Земли центрально-симметричным:

$$U = \bar{U}(R_\oplus) + \nabla\bar{U}\,\vec{\mathbf{r}} + U_\oplus(r) \qquad (36)$$

С точностью до релятивистских членов $\nabla\bar{U} = \frac{d}{dt}\vec{\mathbf{V}}_\oplus$. Представив $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_\oplus + \vec{\mathbf{v}}_r$ и перейдя к интегрированию, мы можем записать:

$$\begin{aligned}(t_i - t_{syn})_{ip} \;=\; & \int\limits_{t_{ib,syn}}^{t_{ib}} \Big[1 - \frac{1}{2c^2}\left(V^2{}_\oplus + 2\vec{\mathbf{V}}_\oplus\vec{\mathbf{v}}_{ir} + v_{ir}^2\right) - \\ & \quad \frac{1}{c^2}\left(\frac{d}{dt}\vec{\mathbf{V}}_\oplus\vec{\mathbf{r}}_i + \bar{U} + U_\oplus(\vec{\mathbf{r}}_i)\right)\Big]dt = \\ & \int\limits_{t_{ib,syn}}^{t_{ib}} \Big[1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{2}v^2 + U_\oplus(\vec{\mathbf{r}}_i)\right) - \frac{1}{c^2}\left(\bar{U} + \frac{1}{2}V_\oplus^2\right) - \\ & \quad \frac{1}{c^2}\left(\vec{\mathbf{V}}_\oplus\frac{d\vec{\mathbf{r}}_i}{dt} + \frac{d\vec{\mathbf{V}}_\oplus}{dt}r_i\right)\Big]dt_b\end{aligned} \qquad (37)$$

здесь $[t_{ib,syn}\ ,\ t_{ib}]$ — интервал барицентрического времени между событиями: синхронизация часов — приход волнового фронта на фазовый центр i-й антенны.

Проинтегрируем (37), пренебрегая зависимостью от времени квадратов скоростей и потенциалов. Учитывая, что $U_\oplus(\vec{\mathbf{r}}_i) + \frac{1}{2}v^2{}_r = U_{geoid} + g_{loc}h_{ort}$, а также $\bar{U} \approx \frac{1}{2}V_\oplus^2$, запишем преобразование в таком виде:

$$\begin{aligned}(t_i - t_{syn})_{ip} \;=\; & \left(1 - \frac{3}{2}V^2{}_\oplus + U_{geoid} + g_{loc}h_{ort}\right)(t_i - t_{syn})_b - \\ & \frac{1}{c^2}\left(\vec{\mathbf{V}}_\oplus(t_{1b})\,\vec{\mathbf{R}}_{ib}(t_{ib}) - \vec{\mathbf{V}}_\oplus(t_{syn})\,\vec{\mathbf{R}}_{ib}(t_{syn})\right)\end{aligned} \qquad (38)$$

Используя выражение (38) и заменяя $\vec{\mathbf{R}}_{2b}(t_{2b}) = \vec{\mathbf{R}}_{2b}(t_{1b}) + \vec{\mathbf{v}}_2(t_{2b} - t_{1b})$ окончательно получим:

$$\begin{aligned}&(t_2 - t_{syn})_{2p} - (t_1 - t_{syn})_{1p} = \tau_{geom} = \\ &\left(1 - \frac{3}{2}\frac{V_\oplus^2}{c^2} - \frac{\vec{\mathbf{V}}_\oplus \vec{\mathbf{v}}_{2r}}{c^2} - \frac{U_{geoid}}{c^2}\right)(t_{2b} - t_{1b}) + \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_\oplus(t_{1b})\,\vec{\mathbf{b}}(t_{1b}) - \\ &\frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_\oplus(t_{syn})\,\vec{\mathbf{b}}(t_{syn}) + \frac{1}{c^2}(g_{1,loc}h_{1,ort} - g_{2,loc}h_{2,ort})\end{aligned} \tag{39}$$

Следует заметить, что предпоследний член является постоянным для всей серии наблюдений и представляет собой константу интегрирования. Конкретный вид этого члена обусловлен тем, что часы станции предполагались синхронизованными в BRS. Если часы перед началом наблюдения синхронизовались в другой системе координат, то вид этого члена был бы другим. Но точное выражение для постоянного члена вообще не важно, так как точность синхронизации часов всегда на 2–6 порядков хуже точности наблюдений, и поэтому в силу того, что начальная рассинхронизация часов и линейный дрейф всегда входят в число оцениваемых параметров, его можно исключить. С другой стороны поправки к дрейфу часов могут быть на 1–2 порядка меньше последнего члена в (39), и поэтому его включение в окончательное выражение для задержки желательно.

Группируя формулы (19), (21), (24), (34), (39), выпишем окончательное выражение для задержки:

$$(t_2 - t_{syn})_{2p} - (t_1 - t_{syn})_{1p} = \tau_{geom} =$$

$$\begin{aligned}\tau_{geom} &= \frac{1 - \left(\frac{5}{2}V_\oplus^2 + \vec{\mathbf{V}}_\oplus \vec{\mathbf{v}}_2\right)}{c} \cdot \frac{\vec{\mathbf{b}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}} - \frac{1}{2}\frac{(\vec{\mathbf{b}}\,\vec{\mathbf{V}}_\oplus)(\vec{\mathbf{V}}_\oplus \underline{\vec{\mathbf{s}}})}{c^2} + \tau_{gr,pl} + \tau_{gr\oplus}}{1 + \frac{1}{c}\left(\vec{\mathbf{V}}_\oplus + \vec{\mathbf{v}}_2\right)\underline{\vec{\mathbf{s}}}} + \\ &\quad \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_\oplus(t_1)\,\vec{\mathbf{b}}(t_{1g}) + \frac{1}{c^2}(g_{1,loc}h_{1,ort} - g_{2,loc}h_{2,ort})(t_1 - t_{syn}) \\ \tau_{gr,pl} &= \sum_k \frac{2fM_k}{c^3}\ln\left|1 + \frac{1}{|G_{2k}|}\frac{\vec{\mathbf{b}}\,(\underline{\vec{\mathbf{g}}}_{2k} - \underline{\vec{\mathbf{s}}})}{1 - \underline{\vec{\mathbf{g}}}_{2k}\underline{\vec{\mathbf{s}}}}\right| \\ \tau_{gr\oplus} &= \frac{2fM_\oplus}{c^3}\ln\left|\frac{1 + \sin E_1}{1 + \sin E_2}\right|\end{aligned} \tag{40}$$

Здесь $\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}$ — барицентрическая скорость геоцентра, $\vec{\mathbf{v}}_{2r}$ — геоцентрическая скорость станции 2, $\vec{\mathbf{b}}$ — геоцентрический вектор базы, $\underline{\vec{\mathbf{s}}}$ — барицентрический вектор источника, $g_{i,loc}$ — локальное ускорение силы тяжести на i-ой станции, $h_{i,ort}$ — ортометрическая высота i-ой станции, k — Солнце и Юпитер, $\vec{\mathbf{G}}_{2k}$ — топоцентрический вектор k-го тела, скорректированный за планетную аберрацию, g_{2k} — нормированный вектор $\vec{\mathbf{G}}_{2k}$, E_i — высота наблюдаемого источника над горизонтом для i-ой станции. Барицентрические координаты векторов заданы в BRS-системе координат, а геоцентрические координаты — в GRS′ системе. Все вектора вычисляются на момент геоцентрического времени t_{1g}, который соответствует приходу волнового фронта на фазовый центр приёмной аппаратуры первой антенны.

Напомним ещё раз основные допущения, сделанные при выводе формулы (40):

1. В выражениях для BRS и GRS′ метрики учитываются только члены порядка малости $O(c^{-2})$.
2. Все тела Солнечной системы предполагаются сферически-симметричными.
3. Источник расположен на расстоянии, превышающем 1 парсек.
4. Источник предполагается неподвижным в BRS.
5. Источник предполагается точечным.
6. Радиоволны распространяются в вакууме.

Коррекция за пункты 5, 6 будет выполнена ниже, и мы увидим, что эти допущения будут сняты. В начале этой главы мы отмечали, что можно было ожидать вклада в задержку, превышающего 10^{-12} секунды от членов в BRS метрике порядка малости $O(c^{-3})$ при наблюдениях радиоисточников, расположенных на углах порядка нескольких градусов от гравитируюших тел. Выражение для задержки, выведенное для BRS метрики, в котором сохранены члены порядка малости $O(c^{-3})$ и $O(c^{-4})$, а также снято предположение 2, получено Клионером [8] и может использоваться в случае, когда проводятся наблюдения источников на близком расстоянии от Солнца или больших планет. Сравнив полученное выражение с более точными формулами Клионера, можно сделать вывод, что допущения 1 и 2 могут привести к ошибке, бóльшей 10^{-12} секунды при наблюдения на максимальной базе, если источник расположен на расстоянии меньшем 2° от диска Солнца или $5'$ от диска Юпитера.

3.4 Выражение для частоты интерференции.

Выражение для частоты интерференции можно получить, дифференцируя (40) по собственному времени первого пункта t_{1p}. Перед дифференцированием удобно разложить знаменатель в ряд, сохранив линейный и квадратичный член и разложив логарифм в выражении для гравитационной задержки от Солнца и Юпитера и удержав лишь линейный член. Выполнив дифференцирование и отбросив все члены, чей вклад в частоту интерференции не превышает 10^{-15}, получим:

$$
\begin{aligned}
F = {} & \frac{1}{c}(\vec{\mathbf{V}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}) - \frac{1}{c^2}(\vec{\mathbf{V}}_\oplus\ \underline{\vec{\mathbf{s}}})(\vec{\mathbf{V}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}) - \frac{1}{c^2}(\vec{\mathbf{v}}_2\ \underline{\vec{\mathbf{s}}})(\vec{\mathbf{V}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}) - \frac{1}{c^2}(\vec{\mathbf{A}}_\oplus\ \underline{\vec{\mathbf{s}}})(\vec{\mathbf{B}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}) - \\
& \frac{1}{c^2}(\vec{\mathbf{a}}_2\ \underline{\vec{\mathbf{s}}})(\vec{\mathbf{b}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}) + \frac{1}{c^2}(\vec{\mathbf{V}}\ \ \vec{\mathbf{V}}_\oplus) + \frac{1}{c^2}(\vec{\mathbf{b}}\ \ \vec{\mathbf{A}}_\oplus) + \frac{1}{c^3}(\vec{\mathbf{V}}_\oplus\ \underline{\vec{\mathbf{s}}})^2(\vec{\mathbf{V}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}) - \\
& \frac{1}{2c^3}(\vec{\mathbf{V}}\ \ \vec{\mathbf{V}}_\oplus)(\vec{\mathbf{V}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}) - \frac{1}{c^3}(\vec{\mathbf{V}}\ \ \underline{\vec{\mathbf{s}}})(1 + \tfrac{5}{2}V^2{}_\oplus + \vec{\mathbf{v}}_2\,\vec{\mathbf{V}}_\oplus) + \\
& \frac{1}{c^3}\Big((\vec{\mathbf{a}}_2\,\underline{\vec{\mathbf{s}}})(\tfrac{1}{2}(\vec{\mathbf{b}}\,\vec{\mathbf{V}}_\oplus) + 2(\vec{\mathbf{V}}_\oplus\,\underline{\vec{\mathbf{s}}})(\vec{\mathbf{b}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}})) + \\
& \qquad (\vec{\mathbf{v}}_2\,\underline{\vec{\mathbf{s}}})(\tfrac{1}{2}(\vec{\mathbf{V}}\,\vec{\mathbf{V}}_\oplus) + 2(\vec{\mathbf{V}}_\oplus\,\underline{\vec{\mathbf{s}}})(\vec{\mathbf{V}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}))\Big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{gr,pl} &= \sum_k \frac{2fM_k}{c^3}\frac{1}{|G_{2k}|}\frac{\vec{\mathbf{V}}\,(\underline{\vec{\mathbf{g}}}_{2k} - \underline{\vec{\mathbf{s}}})}{1 - \underline{\vec{\mathbf{g}}}_{2k}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}} \\
F_{gr_\oplus} &= \frac{2fM_\oplus}{c^3}\ln\left(\frac{\underline{\vec{\mathbf{v}}}_1\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}}{1+\sin E_1} - \frac{\underline{\vec{\mathbf{v}}}_2\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}}{1+\sin E_2}\right)
\end{aligned}
\qquad (41)
$$

4 Вычисление вектора базы.

Следующим шагом в предвычислении задержки является вычисление вектора базы в невращающейся системе координат на момент прихода фронта волны на фазовый центр приёмной аппаратуры первой антенны.

Направление осей невращающейся системы отсчёта совпадает с направлением осей BRS и определяется координатами опорных небесных объектов. Разные каталоги опорных объектов определяют разные реализации такой системы, и конкретный выбор той или иной реализации зависит от соглашения. Назовём ту реализацию кинематически невращающейся небесной системы координат, с которой будем в дальнейшем работать, Convential Celestial Frame (CCF). Координаты станций заданы в системе координат, жёстко связанной с земной корой (Crust Fixed System, далее CFS) на момент времени эпохи каталога. Перемещения фазового центра приёмной аппаратуры станции относительно CCF системы можно описать следующей кинематической моделью:

- перемещение вместе со всем телом Земли вследствие вращения Земли;
- перемещение вместе с локальной областью земной коры из-за приливных деформаций тела Земли;
- перемещение вместе с локальной областью земной коры из-за тектонических движений;
- движение относительно земной коры вследствие собственного движения и деформаций антенны.

Рассмотрим отдельно каждый тип движения.

4.1 Вычисление перемещения станции вследствие вращения Земли.

Преобразование координат станции из вращающейся CFS системы координат в невращающуюся систему CCF может быть записано в виде:

$$\vec{\mathbf{r}}_{\text{CCF}} = \hat{\mathcal{T}}(t)\vec{\mathbf{R}}_{\text{CFS}} \tag{42}$$

Поворот системы координат в трёхмерном пространстве описывается тремя параметрами — углами Эйлера, и, установив явный вид зависимости этих параметров от времени, мы могли бы выписать матрицу $\hat{\mathcal{T}}(\mathrm{t})$ и тем самым решить задачу. Однако при построении динамических моделей вращения Земли обычно вводят промежуточные системы координат и рассматривают вращение Земли как композицию вращений промежуточных систем друг относительно друга и относительно CCF и CFS систем. Динамические модели вращения Земли имеют свои параметры. Часть из них может быть надёжно предвычислена теоретически, часть должна уточняться из наблюдений, а некоторые параметры являются чисто эмпирическими.

По соглашению вводится две вспомогательные системы координат — система среднего равноденствия даты (далее MED система) и система эфемеридного полюса (далее CEP система). Цепочки переходов от одной системы к другой выглядят следующим образом:

$$\boxed{\text{CCF}} \rightleftarrows \boxed{\text{MED}} \rightleftarrows \boxed{\text{CEP}} \rightleftarrows \boxed{\text{CFS}} \tag{43}$$

Переход $\boxed{\text{CCF}} \rightleftarrows \boxed{\text{MED}}$ называют прецессией. Он содержит только вековые члены, которые надёжно определяются теоретически. Переход $\boxed{\text{MED}} \rightleftarrows \boxed{\text{CEP}}$ называется нутацией и содержит члены с периодами от нескольких суток до $18^a\!.6$. Параметры нутации моделируются, но точность модели недостаточна, и поэтому из наблюдений определяются поправки к ним. Наконец, переход $\boxed{\text{CEP}} \rightleftarrows \boxed{\text{CFS}}$ состоит из композиции суточного вращения Земли и движения полюса. Координаты полюса являются наиболее труднопредсказуемыми параметрами вращения Земли и целиком определяются из наблюдений. Из наблюдений также находятся поправки к параметру суточного вращения Земли.

Рассмотрим теперь по отдельности преобразования систем координат.

4.1.1 Прецессия.

Переход $\boxed{\text{CCF}} \rightleftarrows \boxed{\text{MED}}$ как видно из рис. 3, представляет собой три последовательных поворота на углы Ньюкома-Андуайе: ζ_0, θ, z — поворот на угол $-\zeta_0$ относительно оси z, на угол θ относительно оси y и на угол $-$z относительно оси z.

Углы Ньюкома-Андуайе выражаются в виде степенных рядов по времени по шкале TDB. Углов прецессии можно вычислять по формулам Лиске[1] [15] или Симона [16] (см. таб. 1). Стандарт IERS 92 предлагает использовать выражение Лиске. В последнее время было отмечено [17],

[1]Таблицы численных значений коэффициентов для этих и последующих формул будут приведены во второй части настоящей работы: Петров Л.Ю. "Вторичная обработка геодезических РСДБ наблюдений. II Модель редукции", Сообщения ИПА №75.

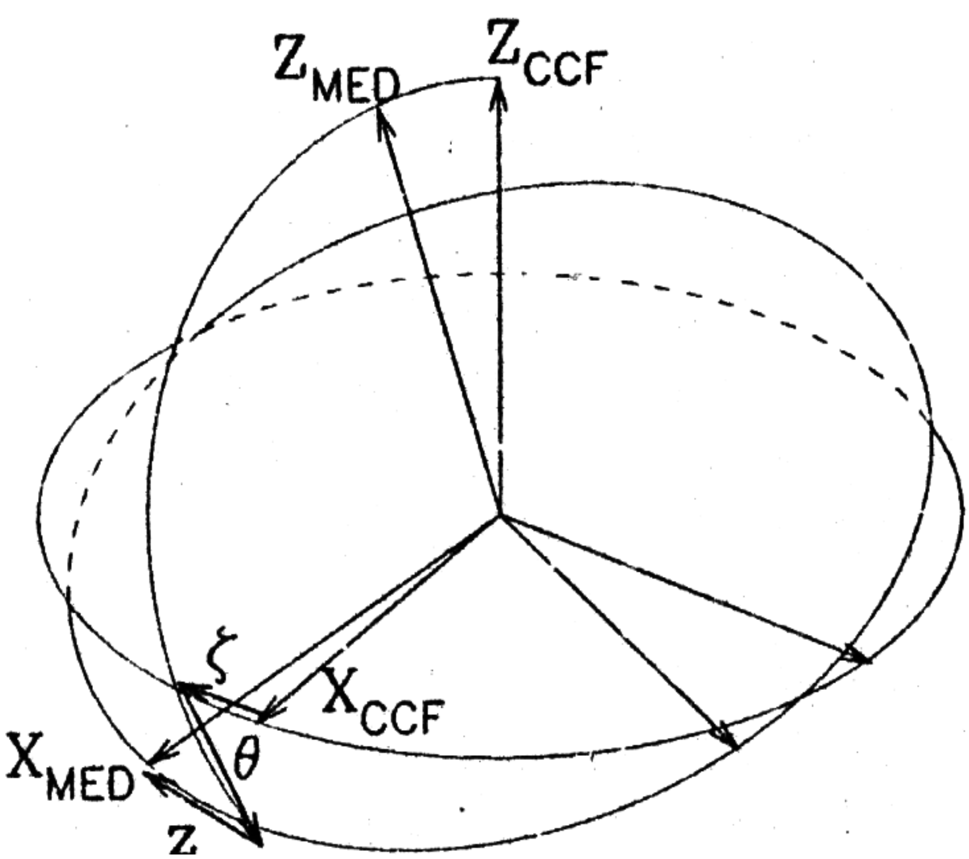

Рис. 3: Переход от CCF к MED системе.

что константу прецессии IAU 1976, на основе которой выведены формулы Лиске, по-видимому, следует уменьшить на $0''.003$/год.

Аргумент TDB может быть вычислен по следующей формуле:

$$\begin{aligned} TDB(TAI) = \; & TAI + 32.184 + \\ & 0.001658 \sin(6.240 + 0.017202 \cdot (IDT - 0.5 + \tfrac{TAI}{86400})) \end{aligned} \quad (44)$$

где TAI — время по шкале TAI, IDT — <u>целое</u> число дней, прошедших с фундаментальной даты 1 января 2000 года 0 часов всемирного времени до 0 часов всемирного времени рассматриваемой даты. Точность выражения (44) — $2 \cdot 10^{-5}$ секунды.

Матрицу преобразования координат вектора из CCF системы в MED систему $\hat{\mathcal{P}}$: $\boxed{\text{CCF}} \longrightarrow \boxed{\text{MED}}$ можно записать в виде:

$$\hat{\mathcal{P}} = \hat{\mathcal{R}}_z(-z) \cdot \hat{\mathcal{R}}_y(\theta) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(-\zeta_0) \quad (45)$$

Здесь символами $\hat{\mathcal{R}}_a(\alpha)$ обозначены матрицы вращения пространства на угол α относительно оси a. Эти матрицы имеют вид:

$$\hat{\mathcal{R}}_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \tag{46}$$

$$\hat{\mathcal{R}}_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} \tag{47}$$

$$\hat{\mathcal{R}}_z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{48}$$

4.1.2 Нутация.

Переход $\boxed{\text{MED}} \rightleftarrows \boxed{\text{CEP}}$, как видно из рис. 4, представляет собой три последовательных поворота: относительно оси x на угол ε_0 (средний угол наклона эклиптики к экватору на момент наблюдения), относительно оси z на угол $-\Delta\psi$ (нутации по долготе) и опять относительно оси x на угол $-\bar{\varepsilon} = -\varepsilon_0 - \Delta\varepsilon$, где $\delta\varepsilon$ — угол нутации в наклонности.

Угол ε_0 — средний угол наклона эклиптики к экватору есть медленно меняющаяся величина. Так же как и для углов Ньюкома-Андуайе, для ε_0 существуют разложения в виде степенного ряда по аргументу TDB, полученные Лиске и Симоном (см таб. 2). Стандарт IERS 92 рекомендует использовать выражение Лиске.

Для нутационных углов $\Delta\psi$, $\Delta\varepsilon$ приняты разложения в следующей форме:

$$\begin{aligned}
\Delta\psi =& \sum_{i=1}^{i=n}((\Psi_i^{pro} + \Psi_i'^{pro}T)\sin\sum_{j=1}^{j=5}k_{ji}\alpha_j + \Psi_i^{ret}\cos\sum_{j=1}^{j=5}k_{ji}\alpha_j) + \\
& \Delta\psi_e(t) + \Delta\psi_{geod} \\
\Delta\varepsilon =& \sum_{i=1}^{i=n}((E_i^{pro} + E_i'^{pro}T)\cos\sum_{j=1}^{j=5}k_{ji}\alpha_j + E_i^{ret}\sin\sum_{j=1}^{j=5}k_{ji}\alpha_j) + \\
& \Delta\varepsilon_e(t)
\end{aligned} \tag{49}$$

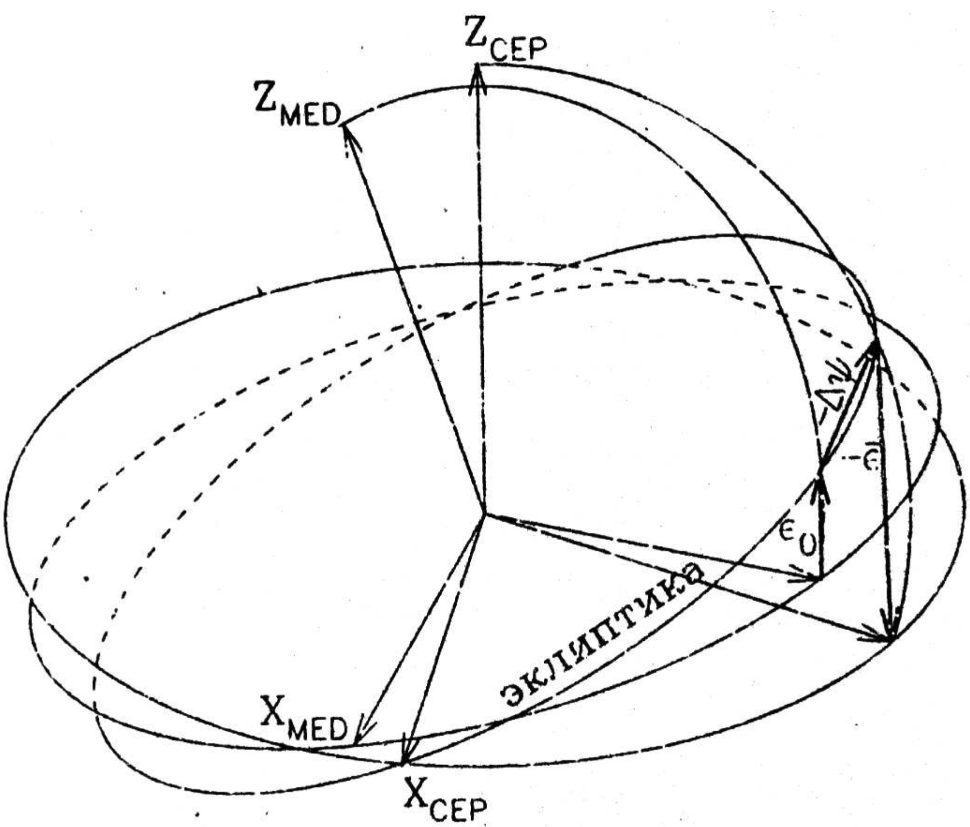

Рис. 4: Переход от MED к CEP системе.

где $\Delta\psi_e(t), \Delta\varepsilon_e(t)$ поправки к разложениям, получаемые эмпирически, $\Delta\psi_{geod}$ — так называемая "геодезическая нутация" [18] — периодические вариации геодезической прецессии, релятивистского эффекта, обусловленного движением Земли по орбите, $\alpha_j(t)$ — фундаментальные (или приливные) аргументы:

- α_1 — Средняя аномалия Луны;
- α_2 — Средняя аномалия Солнца;
- α_3 — Средний аргумент широты Солнца;
- α_4 — Средняя элонгация Луны, отсчитываемая от Солнца;
- α_5 — Средняя долгота восходящего узла Луны.

Приливные аргументы можно вычислять по разложениям в виде степенного ряда по аргументу TDB, полученным Лиске или Симоном (см. таб. 2). Стандарт IERS 92 предлагает использовать разложения Лиске. Для геодезической нутации Фукушима предложил следующее выражение

[10]:

$$\Delta\psi_{geod} = -0.''000\,153 \sin\alpha_1 - 0''.000\,002 \sin 2\alpha_1 \tag{50}$$

Применяется несколько моделей для разложения нутационных углов:

- Модель IAU 1980. Для этой модели n=106, $\Psi_i^{ret} = 0$, $E_i^{ret} = 0$, $\Delta\psi_e(t) = \Delta\varepsilon_e(t) = 0$. Коэффициенты ряда [19] приведены в таблице 3.
- Модель ZMOA. Для этой модели n=200, $\Delta\psi_e(t) = \Delta\varepsilon_e(t) = 0$. Коэффициенты ряда [20] приведены[2] в таблице 4. При использовании разложения ZMOA фундаментальные аргументы следует вычислять [16] по формулам Симона.
- Модель ZMOA-1990-2. Она отличается от ZMOA значениями первых 9 членов [20]. Первые 9 членов приведены в таблице 5, остальные совпадают с членами для модели ZMOA.

Внутренняя точность разложений для углов нутации модели IAU 1980 составляет $0''.000\,1$, в то время как расхождения с наблюдениями достигают $0''.010$ [21]; расхождения модели нутации ZMOA с наблюдениями в 2-3 раза меньше.

Стандарт IERS 92 рекомендует для обработки наблюдений, в которых оцениваются поправки к углам нутации, использовать модель нутации IAU 1980. Если обрабатываются наблюдения, в которых поправки к углам нутации не оцениваются, то к углам нутации, полученным по разложениям IAU 1980, должны быть прибавлены поправки, выведенные из наблюдений. Поправки приводятся для моментов времени с интервалами от 1 до 5 суток. Для того, чтобы вычислить поправки нутации на момент наблюдения, необходимо проинтерполировать табличные значения. При этом следует обращать внимание, учитывалась ли геодезическая нутация при выводе таблиц поправки к нутации, и если не учитывалась, то в выражении (49) для нутации по долготе последний член следует опустить.

Матрицу преобразования координат вектора из MED системы в CEP систему $\hat{\mathcal{P}} : \boxed{\text{MED}} \longrightarrow \boxed{\text{CEP}}$ можно записать в виде:

$$\hat{\mathcal{N}} = \hat{\mathcal{R}}_x(\varepsilon_0 - \Delta\varepsilon) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(-\Delta\psi) \cdot \hat{\mathcal{R}}_x(-\varepsilon_0) \tag{51}$$

[2]Исправлена опечатка в коэффициентах при фундаментальных аргументах для 16-го члена, допущена в оригинальной работе [20].

4.2 Суточное вращение Земли и движение полюса.

Рассмотрим теперь группу вращений, переводящих CEP систему координат в CFS систему. Она содержит три поворота: поворот относительно оси z на угол S, затем относительно оси y на угол $-X$, затем относительно оси x на угол $-Y$ (см. рис. 5).

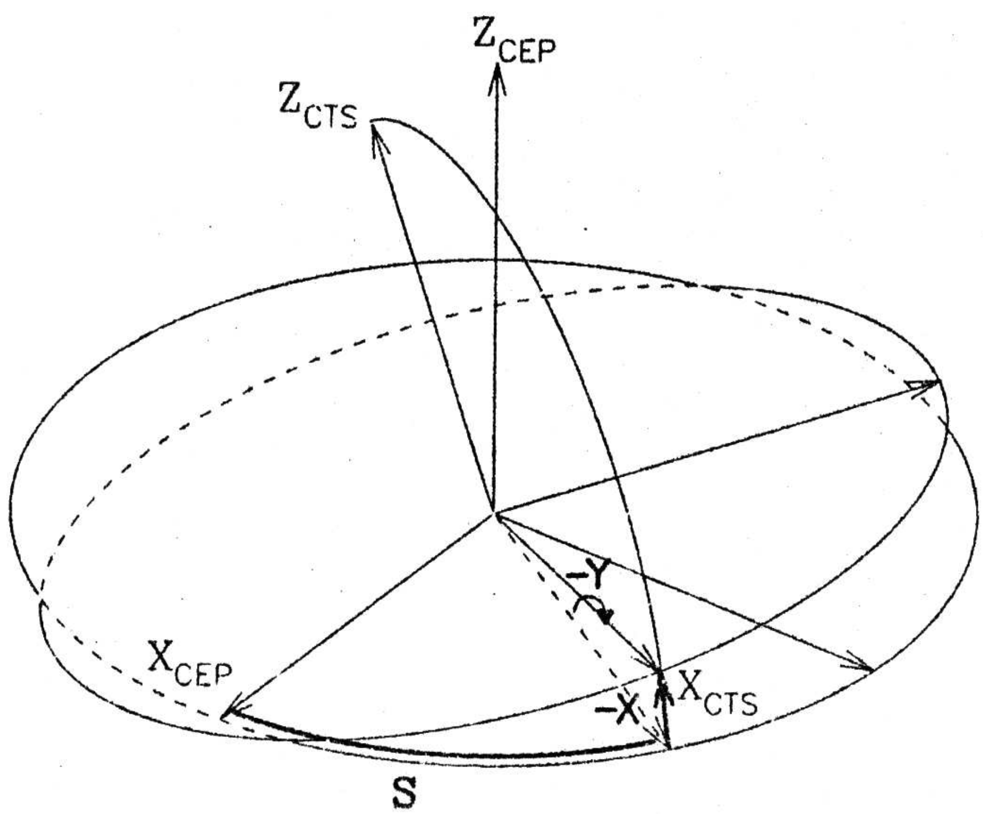

Рис. 5: Переход от CEP системы к CTS системе.

Матрицу преобразования координат вектора из CEP системы в CFS систему $\hat{\mathcal{U}}$: $\boxed{\text{CEP}} \longrightarrow \boxed{\text{CFS}}$ можно записать в таком виде:

$$\hat{\mathcal{U}} = \hat{\mathcal{R}}_x(-Y) \cdot \hat{\mathcal{R}}_y(-X) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(S) \tag{52}$$

Угол S будем здесь называть звёздным аргументом. Эта величина не может быть точно предсказана и должна определяться из наблюдений наряду с другими параметрами вращения Земли. Однако традиционно табулируются значения не звёздного аргумента, а другой функции, тесно связанной с S — аргументом UT1. Связь между аргументами UT1 и S определяется соотношением Аоки:

$$
\begin{aligned}
S \;=\; & S_0 + (\Omega_n + z_1 + \zeta_1) \cdot UT1 + (z_2 + \zeta_2) \cdot T_s^2 + \\
& (z_3 + \zeta_3 - \frac{1}{6} z_1 \theta_1^2) \cdot T_s^3 + Q
\end{aligned}
\tag{53}
$$

где

T_s — время в секундах, отсчитываемое от фундаментальной эпохи 1 января 2000 года по 0 часов TAI даты наблюдения;

$S_0 = 1.753\,368\,559$ (рад) — константа;

$\Omega_n = 7.292\,115\,146\,706\,4 \cdot 10^{-5}$ (рад/сек) — номинальная скорость вращения Земли;

z_i, ζ_i, θ_i — член i-ой степени в разложении для углов Ньюкома-Андуайе.

$z_1 + \zeta_1 = 7.086\,002 \cdot 10^{-12}$ (рад/сек) — угловая скорость прецессии (здесь и ниже константы из разложения Лиске);

$z_2 + \zeta_2 = 6.798\,986 \cdot 10^{-25}$ (рад/сек^2) — угловое ускорение прецессии;

$(z_3 + \zeta_3 - \frac{1}{6} z_1 \theta_1^2) = 1.3 \cdot 10^{-37}$ (рад/сек^3) — третья производная от прецессии.

Q — уравнение равноденствий.

Для вычисления уравнения равноденствий Q могут использоваться следующие выражения:

— Модель Стандарта IERS 89 [22]:

$$
Q = \Delta\psi \cos(\varepsilon_0) \tag{54}
$$

— Выражение Яна и Гротена [23], [24]:

$$
Q = \Delta\psi \cos(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon) + Q_A \tag{55}
$$

— Выражение Стандарта IERS 92:

$$
Q = \begin{cases} \Delta\psi \cos(\varepsilon_0) & \text{до 26 февраля 1997 г.} \\ \Delta\psi \cos(\varepsilon_0) + Q_A & \text{после 26 февраля 1997 г.} \end{cases} \tag{56}
$$

где Q_A — накопленная нутация в прямом восхождении. Для вычисления накопленной нутации с точностью 10^{-10} $(0''.000\,05)$ достаточно учесть два члена [25]:

$$Q_A = 1.28 \cdot 10^{-8} \sin \alpha_5 + 3.05 \cdot 10^{-10} \sin 2\alpha_5 \tag{57}$$

где Q_A выражено в радианах, а α_5 — фундаментальный аргумент.

Выражение Яна и Гротена, по-видимому, является более предпочтительным, так как при этом UT1 приобретает более ясный физический смысл: можно показать, что для этого случая UT1 будет пропорционален углу Эйлера ориентации тела Земли относительно инерциальной системы CCF, однако следует иметь ввиду, что точное определение UT1 — это вопрос соглашения.

Аргумент UT1 мало отличается от времени TAI и поэтому табулируются не сам аргумент UT1, а его малая разность $UT1 - TAI$ или же $UT1 - UTC$. UTC есть ступенчатая функция времени. Величина и момент скачка UTC устанавливается Международной службой вращения Земли и публикуется в бюллетенях IERS. Значения разности UTC-TAI для промежутка 1 января 1972 года — 1 января 1995 года приведено в таблице 6.

В свою очередь функция [UT1-TAI](TAI) содержит в себе вековую компоненту, предсказуемые периодические флуктуации, вызванные приливами, и непредсказуемую, стохастическую составляющую. Стандартная процедура вычисления аргумента UT1 предполагает, что до интерполирования и сглаживания табличных значений удаляются короткопериодические флуктуации UT1, а после интерполяции они обратно прибавляются к проинтерполированным значениям.

Периодическая составляющая в UT1 может быть представлена в следующем виде:

$$UT1 = UT1_{zt} + UT1_{st} \tag{58}$$

где $UT1_{zt}$ — периодические флуктуации скорости вращения Земли, вызванные зональными приливами с периодами от $5^d\!.5$ до $18^a\!.6$, а $UT1_{st}$ — периодические флуктуации скорости вращения Земли, вызванные секториальными и тессеральными приливами с периодами $0^d\!.5$–$1^d\!.0$.

Для $UT1_{zt}$ и $UT1_{st}$ приняты следующие разложения:

$$\begin{aligned} UT1_{zt} &= \sum_{i=1}^{i=n} \left(U_{si} \sin \sum_{j=1}^{j=5} k_{ji}\alpha_j + U_{ci} \cos \sum_{j=1}^{j=5} k_{ji}\alpha_j \right) \\ UT1_{st} &= \sum_{i=1}^{i=n} \left(u_{si} \sin \sum_{j=1}^{j=6} k_{ji}\alpha_j + u_{ci} \cos \sum_{j=1}^{j=6} k_{ji}\alpha_j \right) \end{aligned} \tag{59}$$

где $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_5$ — фундаментальные аргументы, определённые выше, а $\alpha_6 = S + \pi$, где S — звёздный аргумент.

Для вычисления $UT1_{zt}$ можно использовать

- Разложения Йодера [26] (см. таб. 7);
- Разложения Дикмана [27] (см. таб. 8).

Для вычисления $UT1_{st}$ можно воспользоваться:

- разложениями Херринга [28]. Учитывается влияние 10 приливных волн. Коэффициенты разложения получены из РСДБ наблюдений (см. таб. 9).
- разложениями hf926 [29]. Учитывается влияние тех же 10 приливных волн. Коэффициенты разложения получены из РСДБ наблюдений (см. таб. 10).
- разложениями Степпе [30]. Учитывается влияние 8 приливных волн. Коэффициенты разложения получены из РСДБ наблюдений (см. таб. 11).
- разложением Баадера [31]. Учитывается влияние только приливной волны M2. Коэффициенты разложения получены из РСДБ наблюдений (см. таб. 12).
- разложениями Гросса [32]. Коэффициенты получены теоретически (см. таб. 13).

Стандарт IERS 92 рекомендует использовать разложения Дикмана для $UT1_{zt}$ и не учитывать $UT1_{st}$.

Координаты полюса X_p и Y_p не могут быть надёжно предвычислены, и их значения определяются из наблюдений. Так же, как и при вычислении UT1, перед интерполированием из табличных значений координат полюса следует вычесть короткопериодические флуктуации, вызванные приливами, а после интерполирования их следует прибавить к полученным значениям координат полюса. Согласно моделям короткопериодических флуктуаций координата полюса приливные вариации положения полюса могут быть вычислены по формулам:

$$
\begin{aligned}
X_{st} &= \sum_{i=1}^{i=n} \left(P_{si} \sin \sum_{j=1}^{j=6} k_{ji}\alpha_j - P_{ci} \cos \sum_{j=1}^{j=6} k_{ji}\alpha_j \right) \\
Y_{st} &= \sum_{i=1}^{i=n} \left(P_{si} \cos \sum_{j=1}^{j=6} k_{ji}\alpha_j + P_{ci} \sin \sum_{j=1}^{j=6} k_{ji}\alpha_j \right)
\end{aligned}
\qquad (60)
$$

или

$$
\begin{aligned}
X_{st} =& \sum_{i=1}^{i=n} \left(\mathrm{Amp}_i \cos \sum_{j=1}^{j=6} k_{ji}\alpha_j + \psi_i \right) \\
Y_{st} =& \sum_{i=1}^{i=n} \left(\mathrm{Amp}_i \sin \sum_{j=1}^{j=6} k_{ji}\alpha_j + \psi_i \right)
\end{aligned}
\tag{61}
$$

Разные авторы представляют разложения либо в форме (60), либо в форме (61).

Для вычисления короткопериодических флуктуаций координат полюса можно воспользоваться:

- разложениями Херринга [28]. Учитывается влияние 12 приливных волн. Коэффициенты разложения получены из РСДБ наблюдений (см. таб. 14)
- разложениями hf926 [29]. Учитывается влияние тех же 12 приливных волн. Коэффициенты разложения получены из РСДБ наблюдений. волн(см. таб. 15).
- разложениями Степпе [30]. Учитывается влияние 8 приливных волн. Коэффициенты разложения получены из РСДБ наблюдений (см. таб. 16).
- разложениями Гросса [32]. Коэффициенты разложения получены теоретически (см. таб. 17).

Стандарт IERS 92 не предусматривает учёта короткопериодических изменений координат полюса.

Особое внимание следует уделить интерполированию априорных значений параметров вращения Земли (ПВЗ): поправок к нутации $\Delta\psi$, $\Delta\varepsilon$, разности [UT1-UTC], координат полюса X_p, Y_p. Публикуемые таблицы серий ПВЗ имеют интервал 1, 5 или более суток. Из-за того, что во-первых, сами ПВЗ имеют нерегулярный характер изменений, а также из-за наличия ошибок измерений, матрица преобразования от CFS системы к CCF системе заметно зависит от того, как учитывать короткопериодические флуктуации параметров и как их интерполировать. Если стандарт IERS 92 даёт рекомендации по учёту короткопериодических флуктуаций параметров, то общепринятой методики интерполирования, к сожалению, нет. Применяются следующие интерполяционные процедуры:

- линейное интерполирование по двум узлам;

— квадратичное интерполирование по трём узлам;

— квадратичное интерполирование по четырём узлам;

— кубичное интерполирование по четырём узлам;

— интерполирование полиномами Чебышёва 5-й степени по шести узлам;

— интерполирование с помощью кубических сплайнов со свободными концами.

Наиболее предпочтительным является, по-видимому, интерполирование с помощью кубических сплайнов.

Итак, матрица преобразования $\hat{\mathcal{T}}$(t): $\boxed{\text{CFS}} \longleftarrow \boxed{\text{CCF}}$ может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{T}}(t) \;=\; & \hat{\mathcal{R}}_z(\zeta_0) \cdot \hat{\mathcal{R}}_y(-\theta) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(z) \cdot \hat{\mathcal{R}}_x(-\varepsilon_0) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(\Delta\psi) \cdot \hat{\mathcal{R}}_x(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon) \cdot \\ & \hat{\mathcal{R}}_z(-S) \cdot \hat{\mathcal{R}}_y(X) \cdot \hat{\mathcal{R}}_x(Y) \end{aligned} \tag{62}$$

или, введя матрицы

прецессии: $\hat{\mathcal{P}} = \hat{\mathcal{R}}_z(\zeta_0) \cdot \hat{\mathcal{R}}_y(-\theta) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(z)$,

нутации: $\hat{\mathcal{N}} = \hat{\mathcal{R}}_x(-\varepsilon_0) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(\Delta\psi) \cdot \hat{\mathcal{R}}_x(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)$,

суточного вращения: $\hat{\mathcal{U}} = \hat{\mathcal{R}}_z(-S)$ и

движения полюса: $\hat{\mathcal{R}}_y(X_p) \cdot \hat{\mathcal{R}}_x(Y_p)$,

мы можем переписать (62):

$$\hat{\mathcal{T}} = \hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}} \tag{63}$$

Для нахождения скорости станции в CCF системе нам потребуется производная от матрицы $\hat{\mathcal{T}}$, которая выражается в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\mathcal{T}} = \frac{\partial}{\partial t}(\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}}) \cdot \hat{\mathcal{U}}\hat{\mathcal{W}} + \hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}}) \tag{64}$$

Матрицу $\frac{\partial}{\partial t}(\hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}})$ нетрудно выразить в явном виде, пренебрегая квадратами координат полюса:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}}) =$$

$$
\begin{pmatrix} -\dot{H}\sin H & -\dot{H}\cos H & (-\dot{X}-\dot{H}Y)\cos H + (\dot{H}X-\dot{Y})\sin H \\ \dot{H}\cos H & -\dot{H}\sin H & (-\dot{X}-\dot{H}Y)\sin H - (\dot{H}X-\dot{Y})\cos H \\ \dot{X} & -\dot{Y} & 0 \end{pmatrix} \quad (65)
$$

4.3 Вычисление перемещения станции вследствие приливов.

4.3.1 Учёт приливов в твёрдом теле Земли.

Вектор приливного смещения можно разложить на радиальную и тангенциальную составляющую: $\vec{\mathbf{u}}_r$ и $\vec{\mathbf{u}}_t$. Классическая теория приливов даёт следующие выражения для смещений [33]:

$$
\begin{aligned}
\vec{\mathbf{u}}_r &= h\frac{W}{g}\underline{\vec{\mathbf{r}}} \\
\vec{\mathbf{u}}_t &= -\frac{\ell}{g_{loc}}\frac{\partial W}{\partial z}\underline{\vec{\mathbf{T}}}
\end{aligned} \quad (66)
$$

где h, ℓ — числа Лява, W — приливообразующий потенциал, вызванный полем тяготения Луны и Солнца, g_{loc} — локальное ускорение силы тяжести на станции, $\underline{\vec{\mathbf{r}}}$ — единичный вектор координат станции, $\underline{\vec{\mathbf{T}}}$ — единичный вектор, перпендикулярный к $\underline{\vec{\mathbf{r}}}$, лежащий в плоскости вектора $\vec{\mathbf{r}}$ и приливообразующего тела и направленный в его сторону (см. рис. 6).

Для вычисления вектора смещения станций, обусловленного приливом в твёрдом теле Земли, предлагается следующие альтернативы:

- вычисление приливообразующего потенциала путём прямого вычисления по эфемеридам Луны и Солнца;
- разложение приливообразующего потенциала в гармонический ряд;
- учёт только второй гармоники приливообразующего потенциала в разложении по сферическим функциям;
- учёт второй и третьей гармоники приливообразующего потенциала в разложении по сферическим функциям.

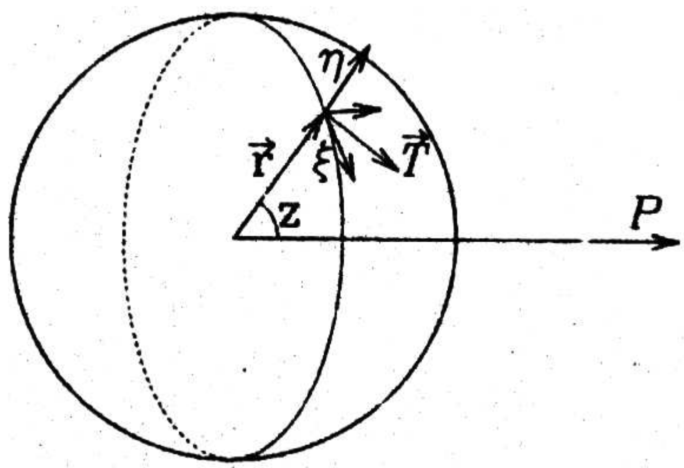

Рис. 6:

Кроме того, вводится коррекция за зависимость чисел Лява от частоты гармоники приливообразующего потенциала по теории Вара.

4.3.2 Вычисление приливообразующего потенциала путём прямого вычисления по эфемеридам.

В этом случае видимые координаты тел, от которых учитывается прилив: координаты Луны и Солнца, вычисляются по эфемеридам, например, DE200/LE200 на момент наблюдения. Для Солнца при вычислении координат необходимо учесть планетную аберрацию, т.е. координаты Солнца должны вычисляться не на момент наблюдения, а на момент, когда Солнце испустило фотон, достигший станции. С той точностью, которая необходима при вычислении приливов, видимые геоцентрические координаты Солнца можно выразить в виде

$$\vec{\mathbf{G}}_{\odot ap}(t_{obs}) = \vec{\mathbf{G}}_{\odot tr}(t_{obs}) - \frac{1}{c}\vec{\mathbf{V}}_{\odot}(t_{obs}) \cdot |G_{\odot ap}(t_{obs})| \qquad (67)$$

Планетной аберрацией для Луны можно пренебречь. Выпишем выражения для приливообразующего потенциала и его производных по геоцентрической широте и долготе станции:

$$
\begin{aligned}
W_{pl} &= M_{pl}\left(\frac{1}{|\vec{\mathbf{G}}_{pl}-\vec{\mathbf{r}}|}-\frac{1}{|G_{pl}|}-\frac{\vec{\mathbf{G}}_{pl}\,\vec{\mathbf{r}}}{|G_{pl}|^3}\right)\\
\frac{\partial W_{pl}}{\partial\lambda} &= M_{pl}\left(\frac{(\vec{\mathbf{G}}_{pl}-\vec{\mathbf{r}})\,\dfrac{\partial\vec{\mathbf{r}}}{\partial\lambda}}{|\vec{\mathbf{G}}_{pl}-\vec{\mathbf{r}}|}-\frac{\vec{\mathbf{G}}_{pl}\,\dfrac{\partial\vec{\mathbf{r}}}{\partial\lambda}}{|G_{pl}|^3}\right)\\
\frac{\partial W_{pl}}{\partial\varphi} &= M_{pl}\left(\frac{(\vec{\mathbf{G}}_{pl}-\vec{\mathbf{r}})\,\dfrac{\partial\vec{\mathbf{r}}}{\partial\varphi}}{|\vec{\mathbf{G}}_{pl}-\vec{\mathbf{r}}|}-\frac{\vec{\mathbf{G}}_{pl}\,\dfrac{\partial\vec{\mathbf{r}}}{\partial\varphi}}{|G_{pl}|^3}\right)
\end{aligned}
\tag{68}
$$

Вектора координат станций и координат планет должны быть в одной и той же системе координат, например, в CCF системе. Производные от векторов координат станций по широте φ и по долготе λ можно записать в виде:

$$
\frac{\partial\vec{\mathbf{r}}}{\partial\lambda}=\begin{pmatrix}-r_2\\ r_1\\ 0\end{pmatrix}\quad \frac{\partial\vec{\mathbf{r}}}{\partial\lambda}=\begin{pmatrix}-r_3\cos\lambda\\ -r_3\sin\lambda\\ |r|\cos\varphi\end{pmatrix}
\tag{69}
$$

Для вычисления вектора смещения введём топоцентрическую систему координат, первую ось направив в зенит, вторую ось направив на восток, а третью на север. Далее её будем называть VEN системой. Тогда вектор смещения может быть выражен следующим образом:

$$
\vec{\mathbf{u}}_{\text{VEN}}=\begin{pmatrix}\hfill h\dfrac{W}{g}\\ \dfrac{\ell}{g}\dfrac{1}{\cos\varphi}\dfrac{\partial W}{\partial\lambda}\\ \hfill\dfrac{\ell}{g}\dfrac{\partial W}{\partial\varphi}\end{pmatrix}
\tag{70}
$$

Для локального ускорения силы тяжести следует пользоваться формулой Geodetic Refernce System 1967, включённой в систему астрономических постоянных IAU 1967 года [34]:

$$
g_{loc}=g_e\frac{1+g_l\sin^2\varphi_{ast}}{\sqrt{1-e_\oplus\sin^2\varphi_{ast}}}+\frac{\partial g}{\partial h}h_{ort}
\tag{71}
$$

где g_e — ускорение силы тяжести на экваторе, g_l — постоянная зависимости ускорения силы тяжести с широтой, φ_{ast} — астрономическая широта станции, h_{ort} — ортометрическая высота станции (то есть высота над уровнем геоида), $e_\oplus$ — эксцентриситет земного меридиана. В системе астрономических постоянных IAU 1984 для констант g_e, g_l приведены следующие значения [34]:

$$
\begin{aligned}
g_e &= 9.780\,318\,455\,8/^2 \\
g_l &= 0.001\,931\,663
\end{aligned}
$$

Эксцентриситет фигуры Земли выражается через сжатие как $e_\oplus = \sqrt{2f_\oplus - f^2{}_\oplus}$. Стандарт IERS 92 рекомендует следующие значения для сжатия фигуры Земли и экваториального радиуса:

$$
\begin{aligned}
f_\oplus &= 1/298.257 \\
R_\oplus &= 6\,378\,136.7
\end{aligned}
$$

Так как РСДБ станции расположены на поверхности Земли, то для $\dfrac{\partial g}{\partial h}$ можно воспользоваться приближённым выражением

$$\frac{\partial g}{\partial h} = -2\frac{g_e}{r_\oplus} \tag{72}$$

Ортометрическую высоту и геодезическую широту можно вычислить по формулам Бовринга, приведённым в стандарте IERS 92 [10]:

$$\varphi_{geod} = \operatorname{arctg}\frac{r_z(1-f_\oplus) + e_\oplus^2 R_\oplus \sin^3\mu}{r_p(1-f_\oplus)(r_p - e_\oplus\cos^3\mu)} \tag{73}$$

$$h_{ort} = r_p\cos\varphi_{geod} + r_z\sin\varphi_{geod} - R_\oplus\sqrt{1 - e_\oplus^2\sin^2\varphi_{geod}} \tag{74}$$

$$r_p = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} \tag{75}$$

$$\mu = \operatorname{arctg}\left(\frac{r_z}{r_p}\left[(1-f) + \frac{e^2{}_\oplus R_\oplus}{|r|}\right]\right) \tag{76}$$

Отличие геодезической широты от астрономической обычно не превышает нескольких секунд, и им можно пренебречь. Наконец, следует выписать матрицу, переводящую вектор из VEN в CFS систему — $\hat{\mathcal{V}}$: $\boxed{\text{VEN}} \longrightarrow \boxed{\text{CFS}}$:

$$\hat{\mathcal{V}} = \hat{\mathcal{R}}_z(-\lambda)\cdot\hat{\mathcal{R}}_y(\varphi_{ast}) = \begin{pmatrix} \cos\lambda\cos\varphi_{ast} & -\sin\lambda & -\cos\lambda\sin\varphi_{ast} \\ \sin\lambda\cos\varphi_{ast} & -\cos\lambda & -\sin\lambda\sin\varphi_{ast} \\ \sin\varphi_{ast} & 0 & \cos\varphi_{ast} \end{pmatrix} \quad (77)$$

При вычислении приливных смещений следует брать числа Лява второго порядка. Стандарт IERS 92 рекомендует номинальные значения $h_2 = 0.6090$ и $\ell_2 = 0.0852$.

4.3.3 Вычисление приливообразующего потенциала по его разложению в гармонический ряд.

Приливообразующий потенциал может быть разложен в тригонометрический ряд. Известны ряды Дудсона [35], Картрайта и Тейлера [36], [37] и ряд ETMB 85, полученный Бюллесфельдом и Шухом [38]. Вектор смещения раскладывается по укороченному разложению ряда ETMB 85, содержащему 93 члена лунных и солнечных приливов второго порядка, следующим образом:

$$\vec{\mathbf{u}}_{\text{VEN}} = \begin{pmatrix} \dfrac{D}{R_m^2}r^2\cdot\dfrac{h_2}{g_{loc}}\displaystyle\sum_{i=1}^{i=93}P_2(k_{i1},\varphi_{geoc})A_i\cos(\arg_i) \\ -\dfrac{D}{R_m^2}r^2\cdot\dfrac{\ell_2}{g_{loc}\cos\varphi_{geoc}}\displaystyle\sum_{i=1}^{i=93}P_2(k_{i1},\varphi_{geoc})k_{i1}A_i\cos(\arg_i-\dfrac{\pi}{2}) \\ \dfrac{D}{R_m^2}r^2\cdot\dfrac{\ell_2}{g_{loc}}\displaystyle\sum_{i=1}^{i=93}\dfrac{\partial P_2(k_{i1},\varphi_{geoc})}{\partial\varphi_{geoc}}A_i\cos(\arg_i) \end{pmatrix} \quad (78)$$

где

D — константа Дудсона. При выводе ряда ETMB 85 было использовано следующее значение константы Дудсона: $D = 2.627713\frac{\text{кг}}{\text{м}^2\cdot\text{сек}}$;

R_m — средний радиус Земли (радиус такой сферы, которая имеет тот же объём, что и референц-эллипсоид: $R_m = R_e\sqrt[3]{1-f}$, где R_e — экваториальный радиус Земли, f — сжатие);

r — расстояние до геоцентра;

h_2 — вертикальное число Лява 2-го порядка;

ℓ_2 — горизонтальное число Лява (число Шида) 2-го порядка;

$P_2(i, \cos\varphi)$ — нормализованный присоединённый полином Лежандра 2-го порядка;

A_i — амплитуда i-й гармоники;

$\arg_i$ — фаза i-й гармоники;

k_{i1} — коэффициент при первом аргументе Дудсона для i-й гармоники.

Коэффициенты разложения ETMB 85 приведены а таблице 18.

Нормализованный присоединённый полином Лежандра 2-го порядка вычисляется по следующим формулам:

$$\begin{cases} P_2(0,\varphi) &= \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\sin^2\varphi \\ P_2(1,\varphi) &= 2\sin\varphi\cos\varphi \\ P_2(2,\varphi) &= \cos^2\varphi \end{cases} \tag{79}$$

Фаза i-го аргумента есть линейная комбинация аргументов Дудсона:

$$\arg_i = \sum_{j=1}^{i=6} k_{ij} d_j + k_{i7} \frac{\pi}{2} \tag{80}$$

Аргументы Дудсона выражаются через приливные аргументы, введённые ранее, следующим образом:

$$\begin{aligned} d_1 &= UT1 \cdot \tfrac{2\pi}{86400} + \lambda - \alpha_4 \\ d_2 &= \alpha_3 + \alpha_5 \\ d_3 &= \alpha_3 + \alpha_5 - \alpha_4 \\ d_4 &= \alpha_3 + \alpha_5 - \alpha_1 \\ d_5 &= -\alpha_5 \\ d_6 &= \alpha_3 + \alpha_5 - \alpha_4 - \alpha_2 \end{aligned} \tag{81}$$

4.3.4 Вычисление приливообразующего потенциала по второй гармонике его разложения в ряд по сферическим функциям.

Традиционным подходом в изучении приливов является разложение потенциала в ряд по сферическим функциям. Старшей гармоникой разложения является вторая гармоника (первая гармоника равна нулю), и зачастую достаточно ограничиться рассмотрением только приливов второго порядка. Для второй гармоники разложения приливообразующего потенциала можно записать выражение

$$W_2 = \frac{f M_{pl} r^2}{|R_{pl}|^3} \left(\frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2} \right) \tag{82}$$

где $\vec{\mathbf{R}}_{pl}$ — геоцентрический вектор направления на гравитирующее тело (Луну или Солнце), причём для Солнца учтена планетная аберрация, z — угол между вектором направления на гравитирующее тело и вектором координат станции (см. рис. 6).

Напишем выражение для единичного вектора $\underline{\vec{\mathbf{T}}}$

$$\underline{\vec{\mathbf{T}}} = \frac{\underline{\vec{\mathbf{r}}} \times (\underline{\vec{\mathbf{R}}} \times \underline{\vec{\mathbf{r}}})}{|\underline{\vec{\mathbf{r}}} \times (\underline{\vec{\mathbf{R}}} \times \underline{\vec{\mathbf{r}}})|} = \frac{r_e^2 \underline{\vec{\mathbf{R}}} - (\underline{\vec{\mathbf{R}}}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}})\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}}{|\underline{\vec{\mathbf{r}}} \times (\underline{\vec{\mathbf{R}}} \times \underline{\vec{\mathbf{r}}})|} = \frac{\underline{\vec{\mathbf{R}}} - (\underline{\vec{\mathbf{R}}}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}})\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}}{\sin z} \tag{83}$$

где $\underline{\vec{\mathbf{R}}}$ — единичный вектор направления на приливообразующее тело. Подставив выражение для производной от приливообразующего потенциала,

$$\frac{\partial W_2}{\partial z} = -\frac{f M_{pl} r^2}{|R_{pl}|^3} 3 \cos z \sin z \tag{84}$$

получим такие выражения для компонент вектора смещения:

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{u}}_r &= \frac{f M_{pl} r^2}{|R_{pl}|^3} \frac{h}{g_{loc}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 z - \frac{1}{2} \right) \underline{\vec{\mathbf{r}}} \\ \vec{\mathbf{u}}_t &= \frac{f M_{pl} r^2}{|R_{pl}|^3} \frac{\ell}{g_{loc}} \left[3 \cos z \left(\underline{\vec{\mathbf{R}}} - (\underline{\vec{\mathbf{R}}}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}) \underline{\vec{\mathbf{r}}} \right) \right] \end{aligned} \tag{85}$$

Объединим выражение (85) для обеих компонент вектора приливного смещения и, учитывая, что $\cos z = \underline{\vec{\mathbf{R}}}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}$, получим окончательное выражение:

$$\vec{\mathbf{u}}_{pl} = \sum_{pl=\oplus\odot} \frac{f M_{pl} r^2}{g_{loc} |R_{pl}|^3} \Big[3\ell (\underline{\vec{\mathbf{R}}}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}) \underline{\vec{\mathbf{R}}} + \frac{3}{2} h (\underline{\vec{\mathbf{R}}}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}})^2 \underline{\vec{\mathbf{r}}} - 3\ell (\underline{\vec{\mathbf{R}}}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}})^2 \underline{\vec{\mathbf{r}}} - \frac{1}{2} h \underline{\vec{\mathbf{r}}} \Big] \tag{86}$$

Если заменить $g_{loc} \approx \dfrac{f M_\oplus}{r^2}$, что внесёт ошибку, не превосходящую 0.5%, то выражение (86) может быть записано в виде

$$\vec{\mathbf{u}}_{pl} = \sum_{pl=\oplus\odot} \frac{f M_{pl} r^4}{f M_\oplus |R_{pl}|^3} \Big[3\ell (\underline{\vec{\mathbf{R}}}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}) \underline{\vec{\mathbf{R}}} + \frac{3}{2} h (\underline{\vec{\mathbf{R}}}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}})^2 \underline{\vec{\mathbf{r}}} - 3\ell (\underline{\vec{\mathbf{R}}}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}})^2 \underline{\vec{\mathbf{r}}} - \frac{1}{2} h \underline{\vec{\mathbf{r}}} \Big] \tag{87}$$

В стандарте IERS 92 рекомендуется использовать выражение (87).

4.3.5 Вычисление вектора смещения от прилива третьего порядка.

3-я гармоника разложения приливообразующего потенциала в ряд по сферическим функциям имеет вид:

$$W_3 = \frac{fM_{pl}r^3}{|R_{pl}|^4}\left(\frac{5}{2}\cos^3 z - \frac{3}{2}\cos z\right) \tag{88}$$

Исходя из значений номинальных чисел Лява 3-го порядка $h_3 = 0.2920$ и $\ell_3 = 0.0152$ [19], нетрудно оценить максимальное значение смещений, вызванных приливом 3-го порядка. Вертикальное смещение от лунного прилива составляет 2.2мм, от солнечного прилива — 0.002мм, в то же время горизонтальные смещения составляют 0.2мм и 0.0001мм соответственно. Следовательно, только вертикальное смещение, вызванное лунным приливом 3-го порядка, может иметь непренебрежимую для нас величину. Это смещение можно переписать в таком виде:

$$\vec{\mathbf{u}}_{\text{VEN}} = \begin{pmatrix} \dfrac{h_3}{g_{loc}}\dfrac{fM_{\text{л}}r^3}{|R_{\text{л}}|^4}\left(\dfrac{5}{2}\left(\underline{\vec{\mathbf{r}}}\,\underline{\vec{\mathbf{R}}}_{\text{л}}\right)^3 - \dfrac{3}{2}\left(\underline{\vec{\mathbf{r}}}\,\underline{\vec{\mathbf{R}}}_{\text{л}}\right)\right)\underline{\vec{\mathbf{r}}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{89}$$

4.3.6 Коррекция вектора приливного смещения за зависимость чисел Лява от частоты.

Числа Лява h, ℓ, характеризующие отклик Земли на возмущающее воздействие, зависят от частоты, и поэтому выражение (66) является приближённым. Вар [39] предлагает более точную формулу для смещения, учитывающую резонанс внутреннего ядра и эллиптичность Земли. На основе его формулы выражение (78) для вычисления смещения по разложению приливообразующего потенциала в ряд ETMB 85 следует переписать в следующем виде:

$$\vec{\mathbf{u}}_{\text{VEN}} = \begin{pmatrix} \dfrac{D}{R_m^2} r^2 \cdot \dfrac{(1+y)h_2(i)}{g_{loc}} \sum\limits_{i=1}^{i=93} P_2(k_{i1}, \varphi_{geoc}) A_i \cos(\arg_i) \\ - \dfrac{D}{R_m^2} r^2 \cdot \dfrac{(1+z_i)\ell_2(i)}{g_{loc}\cos\varphi_{geoc}} \sum\limits_{i=1}^{i=93} P_2(k_{i1}, \varphi_{geoc}) k_{i1} A_i \cos(\arg_i - \dfrac{\pi}{2}) \\ \dfrac{D}{R_m^2} r^2 \cdot \dfrac{(1+z_i)\ell_2(i)}{g_{loc}} \sum\limits_{i=1}^{i=93} \dfrac{\partial P_2(k_{i1}, \varphi_{geoc})}{\partial \varphi_{geoc}} A_i \cos(\arg_i) \end{pmatrix} \quad (90)$$

где y— константа ($y = 0.001$). Значения чисел Лява, зависящих от номера гармоники, а также значения параметра z приведены в таблице 18. В выражении (90) отброшены члены ℓ_-, ℓ_+ и w_+, присутствовавшие в формуле Вара, чей вклад в смещение станций не превышает 0.1 мм.

Если ограничиться точностью вычисления вектора приливного смещения 5мм, то достаточно учесть зависимость числа Лява h от частоты только для приливной волны K_1: $\delta h_{K_1} = 0.0887$. Чтобы ввести коррекцию за частотную зависимость вертикального числа Лява для приливной волны K_1 к вектору приливного смещения, вычисленному в предположении, что числа Лява не зависят от частоты, необходимо добавить следующую поправку:

$$\vec{\mathbf{u}}_{\text{VEN}} = \begin{pmatrix} -3 \cdot \sqrt{\dfrac{5}{24\pi}} \cdot 0.36878 \cdot \delta h_{K_1} \cdot \sin\varphi_{geoc} \cos\varphi_{geoc} \sin(S+\lambda) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (91)$$

где S — звёздный аргумент, φ_{geoc} и λ — геоцентрическая широта и долгота станции. Данное выражение рекомендовано стандартом IERS 92.

В случае, если необходима бóльшая точность, следует пользоваться точным выражением (90).

4.3.7 Перманентный прилив.

В выражении для приливного смещения есть составляющая, независимая от времени $\vec{\mathbf{P}}_{\text{VEN}}$ [40]:

$$\vec{\mathbf{P}}_{\text{VEN}} = \begin{pmatrix} -0.31455\sqrt{\frac{5}{4\pi}} \cdot h \cdot (\frac{3}{2}\sin^2\varphi_{geoc} - \frac{1}{2}) \\ 0 \\ -0.31455 \cdot \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \cdot 3 \cdot \ell \cdot \cos\varphi_{geoc}\sin\varphi_{geoc} \end{pmatrix} \tag{92}$$

Так как, во-первых, постоянная составляющая прилива не может быть отделена от координат станций и поэтому в принципе ненаблюдаема, а во-вторых, числа Лява зависят от частоты возмущающих сил, и их значения для возмущения нулевой частоты должны сильно отличаться от переменной составляющей приливообразующего потенциала, в стандартах IERS 89 и IERS 92 было предложено вычитать вектор перманентного прилива из окончательных координат станций. Однако эта практика не вошла в повсеместный обиход. Следует обращать внимание на то, была ли выполнена коррекция за перманентный прилив при выводе координат станций входного каталога. Если эта коррекция была выполнена, то от вычисленного вектора смещения $\vec{\mathbf{U}}_{\text{VEN}}$ следует отнять вектор смещения координат станций $\vec{\mathbf{P}}_{\text{VEN}}$ вследствие перманентного прилива.

4.3.8 Учёт влияния океанической нагрузки.

Из-за того, что отклик земной коры и океана на приливообразующий потенциал существенно различный, наблюдаются значительные океанические приливы: перемещения масс воды относительно земной коры. Переместившиеся водяные массы создают дополнительную нагрузку на кору и вызывают её прогиб [41]. Этот вторичный эффект получил название океанической нагрузки (ocean loading) и должен учитываться при обработки РСДБ наблюдений. Нахождение амплитуд и фаз смещений координат станций вследствие океанической нагрузки производится путём численного интегрирования [42]. В стандарте IERS 92 рекомендуется использовать решение Швидерского. Вектор смещения $\vec{\mathbf{C}}_{\text{VEN}}$ записывается в следующем виде:

$$\vec{\mathbf{C}}_{\text{VEN}} = \begin{pmatrix} \sum\limits_{J=1}^{11} A_{R_J} \cos(S_{_J} - \Phi_{R_J}) \\ -\sum\limits_{J=1}^{11} A_{EW_J} \cos(S_{_J} - \Phi_{EW_J}) \\ -\sum\limits_{J=1}^{11} A_{NS_J} \cos(S_{_J} - \Phi_{NS_J}) \end{pmatrix} \tag{93}$$

где $S_{_J}$ — угловой аргумент разложений Швидерского, A_{R_J}, A_{EW_J}, A_{NS_J} — амплитуды, а Φ_{R_J}, Φ_{EW_J}, Φ_{NS_J} — фазы смещения для каждой из 11 приливных волн, для радиального, западного и южного направлений. В [10] приведены обширные таблицы значений коэффициентов, A, Φ для 191 станций.

Угловой аргумент разложений Швидерского S_J вычисляется следующим образом:

$$S_j = \omega_j\, UT1 + \sum_{i=1}^{i=5} \alpha_i K_{ij} + K_{i6}\pi \tag{94}$$

Коэффициенты ω_j, K_{ij} приведены в таблице 19.

4.3.9 Учёт влияния полюсного прилива.

Из-за того, что мгновенная ось вращения Земли меняет своё положение в теле Земли, изменяется потенциал центробежных сил для наблюдательной станции. Аналогично тому, как переменный потенциал приливных сил вызывает переменные приливные деформации коры, так и изменение потенциала центробежных сил из-за перемещения полюса вращения вызывает деформации, которые называют полюсным приливом (polar tide). Вектор смещения положения станции, вызванного полюсным приливом, относительно состояния, когда ось вращения Земли пересекает международное условное начало CIO, вычисляется по формулам (66), где W будет определять приращение потенциала, вызванное изменением центробежной силы. Потенциал центробежных сил для станции с координатами $\vec{\mathbf{r}}$ можно записать в виде

$$V_c(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{\Omega}}) = \frac{1}{2}(\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{\Omega}})^2 \tag{95}$$

где $\vec{\mathbf{\Omega}}$ — вектор угловой скорости вращения Земли. Преобразуем выражения для потенциала (95), введя вектор $\underline{\vec{\mathbf{r}}} = \dfrac{\vec{\mathbf{r}}}{|r|}$ и выразив вектор угловой скорости вращения Земли через координаты полюса:

$$\vec{\mathbf{\Omega}} = \omega_0 \begin{pmatrix} X_p \\ -Y_p \\ 1 \end{pmatrix}$$

где ω_0 — номинальная скорость вращения Земли (здесь мы пренебрегаем изменением z-компоненты Ω, так как оно на два порядка меньше X_p, Y_p):

$$\begin{aligned} V_c(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{\Omega}}) = \ & \frac{1}{2}\left[\omega_0^2 r^2 - \left(\vec{\mathbf{r}}\,\vec{\mathbf{\Omega}}\right)^2\right] = \\ & \frac{1}{2}\left[\omega_0^2 r^2 - \omega_0^2 r^2 \left(\underline{r}_x X_p - \underline{r}_y Y_p + \underline{r}_z\right)^2\right] \approx \\ & \frac{1}{2}\left[\omega_0^2 r^2 - \omega_0^2 r^2 \left(\underline{r}_z^2 + 2\underline{r}_z \left(\underline{r}_x X_p - \underline{r}_y Y_p\right)\right)\right] = \\ & \frac{1}{2}\omega_0^2 r^2 \left[\left(\underline{r}_x^2 + \underline{r}_y^2\right) - 2\underline{r}_z \left(\underline{r}_x X_p - \underline{r}_y Y_p\right)\right] \end{aligned} \qquad (96)$$

Здесь мы отбросили члены порядка квадратов координат полюса. В выражении (96) первое слагаемое не зависит от времени и деформация, которую оно вызывает, включается в координаты станции. Теперь мы можем записать окончательное выражение для переменной составляющей потенциала центробежных сил вращения Земли:

$$V_{pt}(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{\Omega}}) = -\omega_0^2 r^2 (\underline{r}_x X_p - \underline{r}_y Y_p)\underline{r}_z \qquad (97)$$

или, перейдя к сферическим координатам, перепишем (97) следующим образом:

$$V_{pt}(r, \varphi, \lambda, \omega_0) = -\omega_0^2 r^2 \sin\varphi \cos\varphi (X_p \cos\lambda - Y_p \sin\lambda) \qquad (98)$$

Произведя дифференцирование полученного в (98) выражения для потенциала центробежных сил по φ и λ и подставив потенциал и его производные по широте и долготе в выражение для вектора приливного смещения (70), окончательно получим:

$$\vec{\mathbf{U}}_{\text{VEN}\,pt} = \begin{pmatrix} -\dfrac{\omega_0^2 r^2}{g_{loc}} h \underline{r}_z (\underline{r}_x X_p - \underline{r}_y Y_p) \\ \dfrac{\omega_0^2 r^2}{g_{loc}} \ell \dfrac{\underline{r}_z^2}{\sqrt{1-\underline{r}_z^2}} (\underline{r}_x Y_p + \underline{r}_y X_p) \\ \dfrac{\omega_0^2 r^2}{g_{loc}} \ell \dfrac{1-2\underline{r}_z^2}{\sqrt{1-\underline{r}_z^2}} (\underline{r}_x X_p - \underline{r}_y Y_p) \end{pmatrix} \tag{99}$$

Стандарт IERS 92 рекомендует использовать в формуле (99) числа Лява второго порядка.

4.3.10 Учёт влияния атмосферных нагрузок.

Изменение атмосферного давления вызывает деформации земной коры, которые могут достигать нескольких сантиметров. Для полного расчёта атмосферных нагрузок необходимо знать распределение атмосферного давления на площади несколько тысяч километров вокруг станций. Раббел и Шау предложили следующее приближённое выражение для вычисления вертикальной деформаций [43]:

$$u = -0.90\tilde{p} - 0.35(p - \tilde{p}) \tag{100}$$

где u — деформация в миллиметрах, p — давление в миллибарах в точке наблюдения, $\tilde{p}$ — усреднённое значение вариаций давления по площади в 2000 км вокруг станции, причём вариация в океане принимается равной нулю.

Однако как правило информация о распределении давления вокруг станции отсутствует. Манабе [44] показал, что смещение координат станций, вызванное атмосферными нагрузками и вычисленное на основе информации о распределении атмосферного давления вокруг станции, можно аппроксимировать с точностью порядка 1мм простым регрессионным соотношением:

$$U_{al} = A_s \cos 2\pi t + B_s \sin 2\pi t + C_s(P - P_m) \tag{101}$$

где U_{al} — радиальное смещение координат станций (в VEN системе) вследствие атмосферной нагрузки, t — время наблюдения, выраженное в годах, p — приземное атмосферное давление на станции в миллибарах, p_m — среднее атмосферное давление на станции, A_s, B_s, C_s — регрессионные коэффициенты для каждой станции. В таблице 20 приведены коэффициенты для 31 станции, вычисленные Манабе [44].

В недавней работе Ван Дам и Херринг [45] предприняли попытку определить деформацию, вызванную атмосферной нагрузкой, из РСДБ наблюдений. Ими также были получены для 11 станций регрессионные соотношения следующего вида:

$$U_{al} = C_s(P - P_m) \tag{102}$$

Коэффициенты C_s приведены в таблице 21.

4.4 Вычисление перемещения станции вследствие тектонических движений земной коры.

Координаты станций в CFS системе не остаются постоянными: вследствие тектонических движений разные участки земной коры медленно перемещаются друг относительно друга. Некоторые тектонические движения могут быть предвычислены на основе геофизических моделей. Существуют два явления, для которых построены более или менее надёжные модели: движение литосферных плит в соответствие с теорией глобальной тектоники (см. например [46]) и послеледниковое поднятие [47].

Перемещения станций из-за движения литосферных плит имеет величину порядка 1-10 см/год в горизонтальном направлении (вертикальных перемещений нет). Для предвычисления координат станций могут быть использованы следующие модели, построенные на основе геофизическкых данных:

- модель тектоники плит AMO-2 [48] (таб. 22);
- модель тектоники плит NUVEL1 [49] (таб. 23);
- модель тектоники плит NNR-NUVEL1 [49] (таб. 24);
- модель тектоники плит NNR-NUVEL1A [50] (таб. 25);
- эмпирические скорости перемещения станций, полученные из геодезических наблюдений (см. например, [5]).

Модели AMO-2, NNR-NUVEL1, NNR-NUVEL1A определяют для каждой из тектонических плит угловую скорость $\vec{\mathbf{\Omega}}_p$, с которой перемещается плита, а следовательно, и РСДБ станция, расположенная на ней. Вектор перемещения может быть выражен следующим образом:

$$\Delta\vec{\mathbf{R}}_{\text{CFS}}\,(t) = \vec{\mathbf{\Omega}}_p \times \vec{\mathbf{R}}_{\text{CFS}}\,(t - t_0) \tag{103}$$

где $\Delta\vec{\mathbf{R}}_{\text{CFS}}\,(t)$ — вектор перемещения в CFS системе координат, $\vec{\mathbf{R}}_{\text{CFS}}$ — вектор координат станции, t — время наблюдения, t_0 — эпоха каталога станций.

Скорости перемещения станций, расположенных вдали от границ плит, рассчитанные на основе тектонических моделей, согласуются в пределах 10–20% со скоростями, полученными геодезичесикими методами [51], [52]), в то же время наблюдения выявили значительные расхождения в предсказанной и измеренной скорости перемещения для станций, расположенных вблизи границ плит [53].

Станции, расположенные на севере Европы и в Канаде, испытывают движение, вызванное реакцией земной коры на таяние ледника. В работе [54] приведены вертикальные и горизонтальные скорости послеледникового поднятия для 21 РСДБ станции на основе последней модели Ice-3G [55] (см. таб. 26). Значения вертикальной скорости не превышают 1 см/год, а значения горизонтальной скорости — не более 1 мм/год. В последнее время предпринимались попытки выделить эти движения из РСДБ наблюдений [56] [57], но они пока не увенчались успехом. Перемещения, предсказанные теорией Ice-3G, могут быть включены в рассматриваемую модель редукций радиоинтерферометрических наблюдений.

4.5 Коррекция за движение антенны.

Точность, с которой необходимо моделировать координаты станции, как было указано выше — 0.3мм, в то время как характерный размер антенны на 4–5 порядков больше. Следовательно, необходимо дополнительно конкретизировать, какую точку следует считать точкой, определяющую конец вектора базы. Волновой фронт сигнала проходит следующие отрезки пути: 1) источник — поверхность главного зеркала антенны; 2) поверхность главного зеркала — поверхность вторичного зеркала; 3) поверхность вторичного зеркала — рупор приёмной системы; 4) рупор приёмной системы — форматтер системы регистрации сигнала. Именно момент достижение сигналом точки форматтера непосредственно привязывается к локальной шкале времени, формируемой часами станции. В то же время как приближённое выражение для геометрической задержки (3), так и окончательное выражение (39), выводилось в предположении, что сигнал распространяется прямолинейно (или в формализме теории относительности — по геодезическим линиям), без отражений от антенн и путешествий по извилистым волноводам. По этой причине целесообразно разделить путь сигнала на два участка: участок, где сигнал распространяется по геодезической линии и определяется геометрией взаимного расположения антенны и источника, а также свойствами среды распространения, и участок, где сигнал испытывает отражения от поверхностей антенны и, проходя тракт приёмной системы, достигает, наконец, форматтера регистрирующей аппаратуры. Назовём эти участки геометрическим участком и инструментальным, а задержку, приобретаемую при прохождении сигнала по этим участкам, геометрической и инструментальной задержкой. Так как все главные зеркала являются симметричными фигурами, то в качестве точки, разделяющей эти участки — назовём её центром антенны, удобно взять точку пересечения оси симметрии главного зеркала антенны и антенной поверхности (см. рис. 7). Но, так как сама антенна при слежении за источником движется относительно земной коры, центр антенны не может быть выбран в качестве точки, к которой относятся координаты станции. Большинство антенн имеет две оси: одну неподвижную относительно Земли (ось A) и другую подвижную (ось B), которая вращается относительно A. Если оси A и B пересекаются, то точка пересечения f по соглашению берётся в качестве опорной точки станции. Если оси A и B не пересекаются, то по соглашению в качестве опорной точки станции выбирают точку f, полученную при пересечении оси A с прямой, перпендикулярной и оси A, и оси B. Представим вектор $\overrightarrow{\mathbf{fp}}$ в качестве суммы $\overrightarrow{\mathbf{fb}} + \overrightarrow{\mathbf{bp}}$. Вектор $\overrightarrow{\mathbf{fb}}$ называется антенным выносом; он зависит от ориентации антенны и поэтому меняется от наблюдения к наблюдению, в то время как вектор $\overrightarrow{\mathbf{bp}}$ является постоянным. Найдём вектор антенного выноса для разных антенных систем.

4.5.1 Вычисление антенного выноса.

Исходя из рис. 7, можно записать выражение для вектора антенного

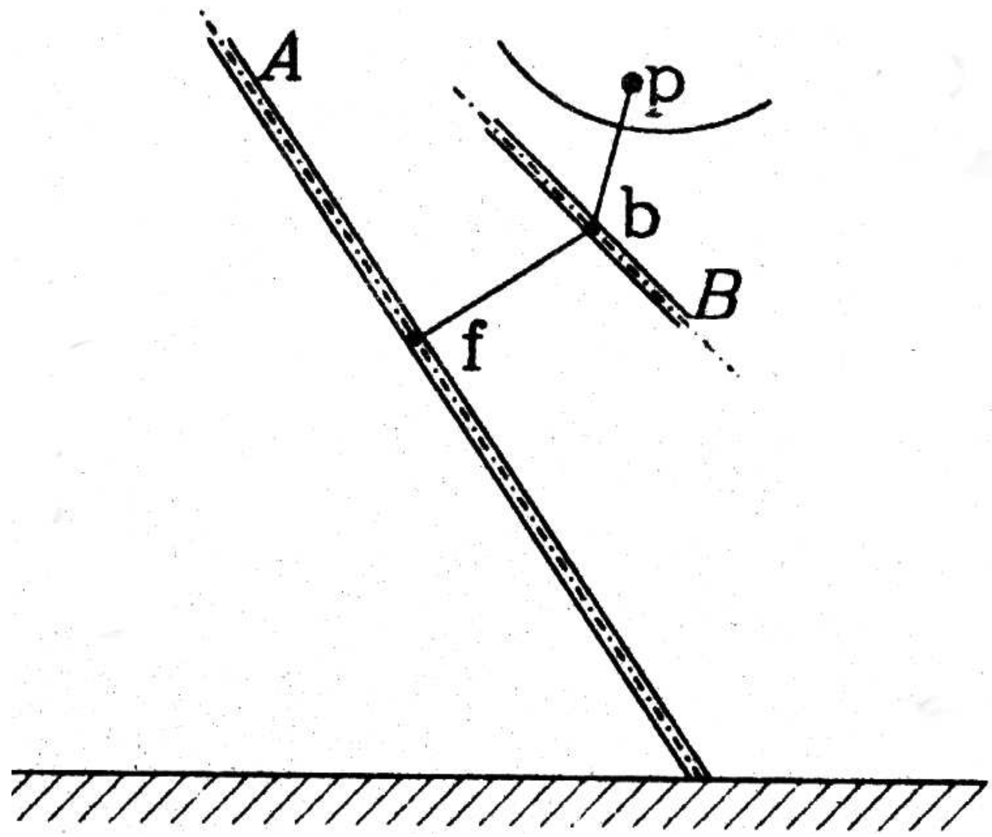

Рис. 7:

выноса в следующей форме:

$$\vec{\mathbf{L}} = l\frac{\underline{\vec{\mathbf{A}}} \times [\underline{\vec{\mathbf{s}}} \times \underline{\vec{\mathbf{A}}}]}{\left|\underline{\vec{\mathbf{A}}} \times [\underline{\vec{\mathbf{s}}} \times \underline{\vec{\mathbf{A}}}]\right|} \tag{104}$$

где $\underline{\vec{\mathbf{A}}}$ — единичный вектор неподвижной оси телескопа, l — постоянная антенного выноса: длина отрезка $|\mathbf{fp}|$. Раскрывая двойное векторное произведение, получим:

$$\vec{\mathbf{L}} = l\frac{\underline{\vec{\mathbf{s}}} - \underline{\vec{\mathbf{A}}}(\underline{\vec{\mathbf{s}}}\,\underline{\vec{\mathbf{A}}})}{|\underline{\vec{\mathbf{s}}} - \underline{\vec{\mathbf{A}}}(\underline{\vec{\mathbf{s}}}\,\underline{\vec{\mathbf{A}}})|} \tag{105}$$

Вектор оси телескопа определяется монтировкой антенны. Существуют несколько различных типов монтировок антенн:

— **Азимутальная монтировка.** Для этой монтировки вектор оси телескопа совпадает с направлением в зенит.

$$\vec{\underline{\mathbf{A}}}_{\text{VEN}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{106}$$

— **Экваториальная монтировка.** Для антенн с экваториальной монтировкой вектор оси телескопа направлен на полюс мира:

$$\vec{\underline{\mathbf{A}}}_{\text{CCF}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{107}$$

— **Горизонтальная XY-N монтировка.** Здесь вектор оси телескопа смотрит на север:

$$\vec{\underline{\mathbf{A}}}_{\text{VEN}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{108}$$

— **Горизонтальная XY-E монтировка.** Здесь вектор оси телескопа смотрит на восток:

$$\vec{\underline{\mathbf{A}}}_{\text{VEN}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{109}$$

— **Монтировка антенны Ричмонд.** В геодезических РСДБ наблюдениях активно принимала[3] участие уникальная антенна Ричмонд. Её экваториальная монтировка была спроектирована для широты Вашингтона, а установлена она была во Флориде. Для этой антенны вектор оси телескопа имеет следующий вид:

$$\vec{\underline{\mathbf{A}}}_{\text{VEN}} = \begin{pmatrix} \cos 39°03'36'' \cdot \cos -00°07'12'' \\ \cos 39°03'36'' \cdot \sin -00°07'12'' \\ \sin 39°03'36'' \end{pmatrix} \tag{110}$$

[3] Летом 1992 года антенна Ричмонд была полностью разрушена тропическим ураганом.

Вектор направления на источник $\vec{\underline{\mathbf{s}}}$ в формулах (104) и (105) должен равняться вектору направления антенны в момент наблюдения. При наведении антенны вводят коррекцию за аберрацию и за атмосферную рефракцию. Поэтому при вычислении антенного выноса следует в формулы (104), (105) подставлять видимые координаты источника, при этом, строго говоря, приведение на видимое место необходимо производить в точности по тем формулам, которые были использованы в системе управления антенны. Поправка за годичную аберрацию может быть выражена в следующем виде:

$$\Delta\vec{\underline{\mathbf{s}}}_a = \frac{1}{c}\vec{\mathbf{V}}_\oplus - \frac{1}{c}(\vec{\underline{\mathbf{s}}}\,\vec{\mathbf{V}}_\oplus)\,\vec{\underline{\mathbf{s}}} \qquad (111)$$

Угол рефракции ρ можно вычислить по приближённой формуле [13]:

$$\rho = \frac{3.13 \cdot 10^{-4}}{\operatorname{tg} E} \qquad (112)$$

где E — высота источника над горизонтом.

Коррекция за рефракцию эквивалентна повороту вектора направления на источник на угол ρ в плоскости, образуемой вектором направления в зенит для станции и вектором направления на источник в сторону вектора зенита. Вектор $\vec{\underline{\mathbf{s}}}_\rho$, скорректированный за рефракцию, запишется в виде

$$\vec{\underline{\mathbf{s}}}_\rho = \cos\rho\;\vec{\underline{\mathbf{s}}} + \sin\rho\;\vec{\underline{\mathbf{s}}}_\perp \qquad (113)$$

где $\vec{\underline{\mathbf{s}}}_\perp$ — вектор, лежащий в плоскости, образуемой единичным вектором направления в зенит для станции и вектором направления на источник, и перпендикулярный вектору $\vec{\underline{\mathbf{s}}}$:

$$\vec{\underline{\mathbf{s}}}_\perp = [\vec{\underline{\mathbf{s}}} \times \vec{\underline{\mathbf{r}}}_z] \times \vec{\underline{\mathbf{s}}} \qquad (114)$$

Комбинируя выражения 111, 112, 113 и 114, получаем окончательное выражение для видимого вектора направления на источник $\vec{\underline{\mathbf{s}}}_v$, исправленного за годичную аберрацию и атмосферную рефракцию, который должен быть использован в формуле (105) вместо $\vec{\underline{\mathbf{s}}}$:

$$\begin{aligned}\vec{\underline{\mathbf{s}}}_v &= \vec{\underline{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c}\vec{\mathbf{V}}_\oplus - \frac{1}{c}(\vec{\underline{\mathbf{s}}}\,\vec{\mathbf{V}}_\oplus)\,\vec{\underline{\mathbf{s}}} + \\ &\cos\left(3.13\cdot 10^{-4}\cdot\frac{\sqrt{1-\vec{\underline{\mathbf{r}}}_z\,\vec{\underline{\mathbf{s}}}}}{\vec{\underline{\mathbf{r}}}_z\,\vec{\underline{\mathbf{s}}}}\right)\vec{\underline{\mathbf{s}}} + \\ &\sin\left(3.13\cdot 10^{-4}\cdot\frac{\sqrt{1-\vec{\underline{\mathbf{r}}}_z\,\vec{\underline{\mathbf{s}}}}}{\vec{\underline{\mathbf{r}}}_z\,\vec{\underline{\mathbf{s}}}}\right)(\vec{\underline{\mathbf{r}}}_z - (\vec{\underline{\mathbf{r}}}_z\,\vec{\underline{\mathbf{s}}})\vec{\underline{\mathbf{s}}})\end{aligned} \tag{115}$$

Единичный вектор $\vec{\underline{\mathbf{r}}}_z$ направления в локальный зенит выражается через астрономическую широту и долготу:

$$\vec{\underline{\mathbf{r}}}_z = \begin{pmatrix} -\cos\lambda\sin\varphi_{ast} \\ -\sin\lambda\sin\varphi_{ast} \\ \cos\varphi_{ast} \end{pmatrix} \tag{116}$$

Следует также отметить, что все вектора $\vec{\mathbf{L}}$, $\vec{\underline{\mathbf{A}}}$ и $\vec{\mathbf{S}}_v$ в формуле (105) должны быть в CCF системе координат. Вектор $\vec{\underline{\mathbf{A}}}$ из (106), (108), (109), (110) должен быть переведён из VEN системы в CCF системы, используя матрицу перехода (77).

4.5.2 Коррекция за деформации антенной системы.

Заметим, что при любом положении антенны угол между вектором направления на источник $\vec{\underline{\mathbf{s}}}$ и вектором $\overrightarrow{\mathbf{bp}}$ является постоянным (для симметричных систем равным нулю). По этой причине временна́я задержка, которая набегает при прохождении волнового фронта от точки p до точки b, есть величина постоянная и её можно рассматривать как дополнительную постоянную компоненту инструментальной задержки. Заметим, что эту величину невозможно отделить от ошибки рассинхронизации часов. Следовательно, в качестве точек, разность координат которых определяют вектор базы, можно выбрать точки, лежащие на пересечении подвижных осей радиотелескопов и перпендикуляров, опущенных с неподвижных осей. На рис. 7 эта точка обозначена как b.

Рассмотрим теперь инструментальную задержку, приобретаемую сигналом при прохождении участков пути 2) поверхность главного зеркала — поверхность вторичного зеркала и пути 3) поверхность вторичного зеркала — рупор приёмной системы. Если антенна имеет жёсткую конструкцию, то эта задержка будет всегда постоянной. Однако большие антенны испытывают значительные весовые деформации. Антенны стремятся сконструировать так, чтобы и деформированная поверхность антенны оставалась параболоидом, но с изменённым фокусным расстоянием. Деформации антенны, а значит и фокусное расстояние системы, зависят от высоты наблюдательного источника и от ветровых нагрузок. Если взаимное положение главного и вторичного зеркала системы, а также рупора приёмной системы остаётся неизменным, то приёмная система оказывается вне фокального пятна, что приводит к падению усиления и дополнительному фазовому набегу, порядка нескольких градусов [58], которым можно пренебречь. Если падение усиления антенны недопустимо, например, при наблюдении слабых источников, то можно выполнить коррекцию системы, переместив вторичное зеркало или рупор приёмной системы. Эти перемещения приводят к значительному, до 1–10 см, изменению электрической длины системы, которое необходимо учитывать [59]. Характер зависимости длины пути от положения вторичного зеркала и рупора для разных антенны разный. Представляется нецелесообразным здесь приводить какие-либо общие выражения. Для каждой конкретной антенны рассчитывается изменение электрической длины системы при перемещении вторичного зеркала или рупора, и составляются таблицы. По этим таблицам и по измеренным значениям параметров системы можно рассчитать и учесть при обработке дополнительную задержку, связанную с изменением взаимного расположения главного, вторичного зеркала и рупора. (Для антенн Effelsberg и DSS61 выражения для изменения фокусного расстояния[4] приведено в работе [60]). Впрочем, при проведении РСДБ наблюдений по геодезическим программам не всегда изменяют конфигурацию антенной системы, даже если такая возможность имеется.

Для больших антенн может иметь заметную величину эксцентриситет неподвижной оси, который может быть непосредственно измерен и коррекция за его наличие включена в модель. Для антенн, расположенных в местах, где наблюдаются значительные суточные и сезонные температурные вариации следует учитывать изменение высоты опорной точки антенны из-за теплового расширения конструкции антенны. Так для антенны Effelsberg вариация высоты точки пересечения антенных осей составляет $0.6 \cdot \Delta T^\circ$ мм [60], следовательно, сезонная вариация температуры в 30° приведёт к вариации в изменении высоты 2см — величине, пренебречь ко-

[4]Заметим, что дополнительная задержка равняется удвоенной вариации фокусного расстояния.

торой нельзя. Следовательно, когда мы определяем опорную точку станции, координаты которой мы исследуем, необходимо сказать при какой температуре антенны (она может отличаться от температруы воздуха!) мы это делаем. Также необходимо определить номинальное атмосферное давление при котором определятся положение опорной точки (из-за деформаций, вызванных атмосферной нагрузкой).

Наконец, электрическая длина пути: рупор приёмной системы — форматтер системы регистрации сигнала контролируется специальным комплексом аппаратных средств: системой фазовой калибровки [61]. Величина дополнительного набега фазы, измеренная этой системой, должна быть отнята от измеренной задержки.

Следует также подчеркнуть, что при определении инструментальных задержек важен учёт изменения инструментальной задержки в течение серии наблюдений. Постоянная часть инструментальной задержки в принципе может быть прокалибрована, но как правило в этом нет необходимости, так как при анализе данных она не может быть отделена от начальной рассинхронизации часов, которая обычно значительно превышает инструментальный набег фаз.

5 Вычисление атмосферной задержки.

Рассмотрим теперь дополнительную задержку, вносимую средой распространения сигнала от источника до поверхности главного зеркала антенны. Зная закон распределения показателя преломления на трассе распространения сигнала, дополнительную задержку, вносимую средой, можно найти интегрированием:

$$\tau_m = \int (n(l) - 1) dl \tag{117}$$

Сигнал на своём пути проходит области межзвёздного газа, гелиосферу, ионосферу и тропосферу Земли. Так как характерные неоднородности плотности межзвёздного газа и гелиосферы много меньше длины базы, дифференциальной задержкой, приобретаемой сигналом при распространении от источника до верхней границы ионосферы можно пренебречь.

Земную атмосферу можно представить состоящей из трёх компонент:

— ионизованного газа. Плазма является диспергирующей средой. Нетрудно показать, что задержка распространения сигнала с частотами 2–8 Ггц в ионосфере обратно пропорциональна квадрату частоты. Проводя наблюдения на двух достаточно далеко разнесённых частотах можно определить ионосферную задержку с точностью $2\text{–}10 \cdot 10^{-12}$ секунды.

— равновесной компоненты нейтрального газа. Кислород и азот находятся в тропосфере[5] в состоянии гидродинамического равновесия. Следовательно, зная приземные значения давления и температуры, можно найти профиль изменения показателя преломления с высотой и по нему вычислить тропосферную задержку.

— неравновесной компоненты нейтрального газа. Водяной пар и конденсированная в виде облаков и осадков вода не находятся в состоянии равновесия и поэтому знания приземного значения парциального давления водяного пара недостаточно для надёжного определения профиля изменения показателя преломления с высотой. Достаточно надёжно влажную, неравновесную компоненту тропосферной задержки можно определить, используя измерения метеопараметров, выполненные с шара-зонда. Однако эти измерения не вошли в повсеместную практику РСДБ наблюдений. Предпринимались также попытки измерения яркости фона неба в специально подобранных спектральных полосах водяного пара и вычисления на основе таких измерений задержки, вызванной водяным паром [62], [63], [64]. Однако данный метод не оправдал возлагавшиеся на него надежды, и использование этих измерений не привело к увеличению точности определения задержки [65], [64].

Для вычисления ионосферной задержки обычно проводят наблюдения на двух широко разнесённых полосах: полосе X (8.4Ггц) и полосе S (2.2Ггц). Учитывая тот факт, что для данных частот групповая скорость распространения радиоволн обратно пропорциональна квадрату частоты, комбинируя групповые задержки, полученные на двух полосах, получаем следующее выражение для ионосферной задержки для полосы X:

$$\tau_{ion,x} = \frac{\nu_s^2}{\nu_x^2 - \nu_s^2}(\tau_s - \tau_x) \qquad (118)$$

где ν_s, ν_x — частота полосы S и X, τ_s, τ_x — групповые задержки, измеренные на полосах S и X.

[5]Строго говоря также и в стратосфере.

В общем случае выражение для задержки в нейтральной атмосфере можно записать в виде:

$$\tau_{tr} = \rho_{zd} R_{zd}(E) + \rho_{zw} R_{zw}(E) \tag{119}$$

где ρ_{zd}, ρ_{zw} — тропосферные задержки в зените для равновесной и неравновесной, "влажной"компоненты соответственно, E — высота источника над горизонтом, $R(E)$ — картирующая функция, т.е. функция, характеризующая зависимость тропосферной задержки от высоты наблюдаемого источника. Высота источника над горизонтом может быть выражена следующим образом:

$$E = \arcsin(\underline{\vec{\mathbf{r}}}_z\, \underline{\vec{\mathbf{s}}}) \tag{120}$$

где — единичный вектор $\underline{\vec{\mathbf{r}}}_z$ направления в локальный зенит, выражение для которого было получено ранее (116).

Предложено несколько моделей для вычисления тропосферной задержки в зените и для картирующей функции.

5.1 Модели для тропосферной задержки в зените.

Для вычисления тропосферной задержки в зените были предложены следующие формулы:

- **Формула Саастамойнена** [66].

$$\begin{aligned} \rho_{zd} &= \frac{K_d\, R}{M_d\, c} \cdot \frac{P}{g_{loc} - \dfrac{\partial g}{\partial h}(0.9 h_{ort} + 7300)} \\ \rho_{zw} &= \frac{K_d\, R}{M_d\, c} \cdot \frac{(1255 \cdot (T\,{}^\circ C + 273.15) + 0.05) E_w}{g_{loc} - \dfrac{\partial g}{\partial h}(0.9 h_{ort} + 7300)} \end{aligned} \tag{121}$$

где

$K_d = 7.7604 \cdot 10^{-5}$ — коэффициент преломления сухого воздуха,

$R = 8.31434 \cdot 10^3$ (Дж/К · Моль) — универсальная газовая постоянная,

$M_d = 28.9644$ — молярная масса сухого воздуха,

c — скорость света,

P — приземное давление (в миллибарах),

E — приземное давление водяных паров (в миллибарах),

$T\,^\circ C$ — приземная температура (в градусах Цельсия),

g_{loc} — локальное ускорение силы тяжести.

h_{ort} — ортометрическая высота центра антенны.

Для $\dfrac{\partial g}{\partial h}$ было уже приведено выражение (72). Часто при обработке данных не вычисляют ρ_{zw}, а принимают априорное значение для влажной тропосферной задержки равное нулю в силу ненадёжности выражения (121) для ρ_{zw}.

- **Формула Блэка** [67].

$$
\begin{aligned}
\rho_{zd} &= \frac{1.552\,28\cdot 10^{-5}}{c}\cdot\frac{P}{T+273.15}\cdot(40\,081.57+148.98T)\\
\rho_{zw} &= \frac{7.46\cdot 10^{-2}}{c}\cdot\frac{P}{(T+273.15)^2}\cdot(13\,268.0-97.96T)
\end{aligned}
\tag{122}
$$

При наблюдениях часто измеряется не приземное давление водяных паров, а относительная влажность. Относительная влажность есть отношение давления водяного пара к давлению насыщенного пара при данной температуре. Для вычисления давления насыщенного пара над водой можно воспользоваться регрессионным соотношением Гоффа и Грача [68], принятым в качестве стандартного Всемирной Метеорологической Ассоциацией (ВМА) [69]:

$$
\begin{aligned}
\lg E_w &= 10.795\,74\left(1-\frac{T\,^\circ K_i}{T\,^\circ K}\right)-\\
&\quad 5.028\,00\lg\left(\frac{T\,^\circ K}{T\,^\circ K_i}\right)+\\
&\quad 1.504\,75\cdot 10^{-4}\cdot\left(1-10^{-8.2969\left(\frac{T\,^\circ K}{T\,^\circ K_i}-1\right)}\right)-\\
&\quad 4.287\,3\cdot 10^{-4}\cdot\left(1-10^{-4.769\,55\left(\frac{T\,^\circ K}{T\,^\circ K_i}-1\right)}\right)\\
&\quad +0.786\,14
\end{aligned}
\tag{123}
$$

где E_w — давление насыщенного пара в миллибарах, $T\,^{\circ}K$ — температура в градусах Кельвина, $T\,^{\circ}K_i$ — тройная точка воды ($T\,^{\circ}K_i = 273.^{\circ}16K$). Точность выражения (123) — 0.02% [68].

Можно воспользоваться таблицами давления насыщенного водяного пара Хргиана [70](т.2, стр.297) . С точностью не хуже 0.04 мбара в диапазоне [-25° C, $+45^{\circ}$ C] таблицу Хргиана можно аппроксимировать следующим выражением:

$$\begin{aligned} E_w &= 6.107 \cdot \exp(7.2751 \cdot 10^{-2}\, T\,^{\circ}C - 3.0108 \cdot 10^{-4}\, T\,^{\circ}C^2 + \\ & 9.7944 \cdot 10^{-7}\, T\,^{\circ}C^3) \end{aligned} \tag{124}$$

здесь T °C — температура в градусах Цельсия!

Отметим, что если на станции во время наблюдений не проводилось метеорологических измерений, то для приземного значения давления можно воспользоваться стандартной атмосферой ВМА. Зависимость атмосферного давления от высоты для стандартной атмосферы (таблица 3.9-2 [69]) можно аппроксимировать с точностью не хуже 0.07 мбара для диапазона высот [-700, 5500] метров следующим регрессионным выражением:

$$\begin{aligned} P &= 1013.242 \cdot \exp(-1.1859 \cdot 10^{-4} H_g - 1.1343 \cdot 10^{-9} H_g^2 - \\ & 2.5644 \cdot 10^{-14} H_g^3) \end{aligned} \tag{125}$$

где H_g — геопотенциальная высота, которая согласно [69] вычисляется как

$$H_g = \frac{9.806\,65}{g_{loc}} h_{ort} \tag{126}$$

5.2 Модели картирующих функций.

Разными авторами было предложено несколько различных картирующих функций. Приведём здесь некоторые из них.

- **Картирующая функция Маррея и Марини** [71].

$$\begin{aligned} k &= \frac{2.644 \cdot 10^{-3}}{\rho_{zd} c} \cdot \frac{9.8062}{g_{loc}} \cdot \exp(\text{-}1.4372 \cdot 10^{-4} h_{ort}) \\ R(E) &= \frac{1+k}{\sin E + \dfrac{k/(1+k)}{\sin E + 0.015}} \end{aligned} \tag{127}$$

Картирующая функция Маррея и Марини является общей и для гидростатической, и для влажной компоненты. Если используется картирующая функция Маррея и Марини, то тропосферная задержка для источника, расположенного на высоте над горизонтом E, выражается в виде

$$\tau_{tr} = (\rho_{zd} + \rho_{zw}) \cdot R(E) \tag{128}$$

- **Картирующая функция Чао** [72].

$$\begin{aligned} R_{zd}(E) &= \cfrac{1}{\sin E + \cfrac{0.001\,43}{0.0445 + \operatorname{tg} E}} \\ R_{zw}(E) &= \cfrac{1}{\sin E + \cfrac{0.000\,35}{0.017 + \operatorname{tg} E}} \end{aligned} \tag{129}$$

- **Картирующая функция Cfa 2.2 Дэвиса** [73].

$$R(E) = \cfrac{1}{\sin E + \cfrac{a}{\operatorname{tg} E + \cfrac{b}{\sin E + c}}} \tag{130}$$

где

$$\begin{aligned} a \;=\;& 1.185 \cdot 10^{-3} \left(1 + 6.071 \cdot 10^{-5} \, (P - 1000)\right) \\ & -1.471 \cdot 10^{-4} E_w \\ & +3.072 \cdot 10^{-3} (T\,^\circ C - 20) \\ & +19.65 (\beta + 6.5 \cdot 10^{-3}) \\ & -5.645 \cdot 10^{-6} (h_t - 11231) \\ b \;=\;& 1.144 \cdot 10^{-3} \left(1 + 1.164 \cdot 10^{-5} \, (P - 1000)\right) \\ & +2.795 \cdot 10^{-3} E_w \\ & +3.109 \cdot 10^{-3} (T\,^\circ C - 20) \\ & +30.38 (\beta + 6.5 \cdot 10^{-3}) \\ & -1.217 \cdot 10^{-5} (h_t - 11231) \\ c \;=\;& -0.090 \end{aligned} \tag{131}$$

где P — приземное значение давления (в миллибарах), E_w — парциальное давление водяных паров (в миллибарах), $T\,{}^\circ C$ — приземное значение температуры воздуха (в градусах Цельсия), β — температурный градиент (в Кельвин/м), h_t — высота тропопаузы (в метрах). Температурный градиент и высота тропопаузы зависит от широты и от времени года. В моделе стандартной атмосферы ВМА приняты значения $\beta = -6.5 \cdot 10^{-3}$, $h_t = 11\,231$. Дэвис рекомендует использовать значения $\beta = -5.6 \cdot 10^{-3}$, $h_t = 10\,000$ [65].

- **Картирующая функция mmt Херринга** [74].

$$R_d(E) = \frac{1 + \cfrac{a_h}{1 + \cfrac{b_h}{1 + c_h}}}{\sin E + \cfrac{a_h}{\sin E + \cfrac{b_h}{\sin E + c_h}}}$$

$$R_w(E) = \frac{1 + \cfrac{a_w}{1 + \cfrac{b_w}{1 + c_w}}}{\sin E + \cfrac{a_w}{\sin E + \cfrac{b_w}{\sin E + c_w}}} \tag{132}$$

где

$$\begin{aligned}
a_h &= 1.2320 \cdot 10^{-3} + 1.39 \cdot 10^{-5} \cos\varphi_{geoc} - 2.09 \cdot 10^{-8} h_{ort} \\
&\quad +2.15 \cdot 10^{-6} (T\,{}^\circ C - 10) \\
b_h &= 3.1612 \cdot 10^{-3} - 1.60 \cdot 10^{-4} \cos\varphi_{geoc} - 3.31 \cdot 10^{-8} h_{ort} \\
&\quad +2.06 \cdot 10^{-6} (T\,{}^\circ C - 10) \\
c_h &= 7.1244 \cdot 10^{-2} - 4.293 \cdot 10^{-3} \cos\varphi_{geoc} - 1.49 \cdot 10^{-7} h_{ort} \\
&\quad -2.1 \cdot 10^{-6} (T\,{}^\circ C - 10) \\
a_w &= 5.83 \cdot 10^{-4} - 1.1 \cdot 10^{-5} \cos\varphi_{geoc} - 5.2 \cdot 10^{-8} h_{ort} \\
&\quad +1.4 \cdot 10^{-6} (T\,{}^\circ C - 10) \\
b_w &= 1.402 \cdot 10^{-3} - 1.02 \cdot 10^{-4} \cos\varphi_{geoc} - 1.01 \cdot 10^{-7} h_{ort} \\
&\quad +2.0 \cdot 10^{-6} (T\,{}^\circ C - 10) \\
c_w &= 4.585 \cdot 10^{-2} - 1.91 \cdot 10^{-3} \cos\varphi_{geoc} - 1.29 \cdot 10^{-7} h_{ort} \\
&\quad +1.5 \cdot 10^{-5} (T\,{}^\circ C - 10)
\end{aligned} \tag{133}$$

- **Картирующая функция Ниелла** [75].

$$\begin{aligned}
R_d(E) = &\frac{1 + \cfrac{a_h}{1 + \cfrac{b_h}{1 + c_h}}}{\sin E + \cfrac{a_h}{\sin E + \cfrac{b_h}{\sin E + c_h}}} + \\
&\left(\frac{1}{\sin E} - \frac{1 + \cfrac{a_t}{1 + \cfrac{b_t}{1 + c_t}}}{\sin E + \cfrac{a_t}{\sin E + \cfrac{b_t}{\sin E + c_t}}} \right) \cdot 10^{-3} h_{ort}
\end{aligned} \tag{134}$$

Картирующая функция Ниелла для влажной задержки $R_w(E)$ имеет в точности такой же вид, что и картирующая функция mmt (132). Коэффициенты $a_h, b_h, c_h, a_w, b_w, c_w$ выражаются следующим образом:

$$
\begin{array}{rcl}
a_h & = & a_1(\varphi) - a_2(\varphi)\cos\psi \\
b_h & = & b_1(\varphi) - b_2(\varphi)\cos\psi \\
c_h & = & c_1(\varphi) - c_2(\varphi)\cos\psi \\
a_w & = & a_3(\varphi) \\
b_w & = & b_3(\varphi) \\
c_w & = & c_3(\varphi)
\end{array}
\qquad (135)
$$

Фаза ψ вычисляется по такой формуле:

$$
\psi = \frac{IDT - IDT_0 + \frac{t}{86400}}{365.25} \cdot 2\pi \cdot K \qquad (136)
$$

где IDT — целое количество суток, прошедшее с фундаментальной эпохи J2000 до 0 часов даты наблюдения, $IDT_0 = -7279$ (27-JAN-80) — константа, t — время наблюдения в секундах, $K = 1$ для станций, расположенных в северном полушарии, и $K = -1$ для станций, расположенных в южном полушарии. Коэффициенты, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 для гидростатической картирующей функции и аналогичные коэффициенты a_3, b_3, c_3 для влажной функции в выражении (135) зависят только от широты (но не от метеопараметров!). Ниелл на основе стандартных профилей атмосферы и радиозондовых наблюдений вычислил значения каждого из 12 коэффициентов для широт 15°, 30°, 45°, 60°, 75° (см. таб. 27). Он предлагает [75] для станций, расположенных между широт 15° и 75°, получать коэффициенты линейной интерполяцией, а для станций, расположенных на широте выше 75° или ниже 15°, принимать коэффициенты для широты 75° и 15° соответственно. Эти коэффициенты, а также a_t, b_t, c_t представлены в таблице (27).

Для вычисления частоты интерференции, вызванной тропосферной задержкой, необходимо продифференцировать по времени выражение (119). Пренебрегая изменением тропосферной задержки от времени, мы можем записать выражение для тропосферной частоты интерференции в таком виде:

$$
\dot{\tau_{tr}} = \left(\rho_{zd} \frac{\partial R_{zd}(E)}{\partial E} + \rho_{zw} \frac{\partial R_{zw}(E)}{\partial E} \right) \dot{E} \qquad (137)
$$

6 Учёт структуры источника.

При выводе выражения для задержки в секции 3 предполагалось, что наблюдаемый источник точечный. Рассмотрим, как необходимо модифицировать полученные выражения для предвычисления задержки от протяжённого источника. Можно показать [61], что при наблюдении внегалактического источника с помощью радиоинтерферометра со сверхдлинными базами комплексная функция когерентности Γ_{12} в соответствии с теоремой ван Цитера-Цернике может быть выражена следующим образом:

$$\Gamma_{12}(b_x, b_y, \omega) = e^{i\omega\tau_0} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} B(x, y, \omega) e^{-2\pi i(xb_x + yb_y)/\lambda} dx\, dy \qquad (138)$$

где ω — центральная частота сигнала, λ — длина волны, τ_0 — геометрическая задержка от точки, принятой в качестве центра карты источника, B — двумерная функция распределения радиояркости источника, x, y — локальные угловые координаты, отсчитываемые от принятого центра карты, b_x, b_y — проекции вектора базы на плоскость, перпендикулярную направлению на центр карты. Интеграл (138) называют ещё функцией видности. Не всегда ясно, что считать центром источника. В качестве центра источника можно взять центр тяжести наиболее яркой компоненты, хотя может оказаться, что эта точка со временем переместится относительно других деталей изображения [76]. Орт y определим как единичный вектор, лежащий в плоскости векторов $\underline{\vec{\mathbf{s}}}$ и $\vec{\mathbf{z}}$, и перпендикулярный вектору $\underline{\vec{\mathbf{s}}}$ (где $\vec{\mathbf{z}}$ — направление на полюс мира). Орт x определим как вектор, перпендикулярный и вектору $\underline{\vec{\mathbf{s}}}$ и вектору $\vec{\mathbf{y}}$, так, чтобы вектора $(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}, \underline{\vec{\mathbf{s}}})$ образовывали правую тройку.

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{x}} &= \frac{\vec{\mathbf{z}} \times \underline{\vec{\mathbf{s}}}}{|\vec{\mathbf{z}} \times \underline{\vec{\mathbf{s}}}|} \\ \vec{\mathbf{y}} &= \frac{\underline{\vec{\mathbf{s}}} \times \vec{\mathbf{x}}}{|\underline{\vec{\mathbf{s}}} \times \vec{\mathbf{x}}|} = \frac{\vec{\mathbf{z}} - \underline{\vec{\mathbf{s}}}\,(\underline{\vec{\mathbf{s}}}\,\vec{\mathbf{z}})}{|\vec{\mathbf{z}} - \underline{\vec{\mathbf{s}}}\,(\underline{\vec{\mathbf{s}}}\,\vec{\mathbf{z}})|} \end{aligned} \qquad (139)$$

Фазу функции когерентности можно выразить как

$$\Phi = \tau_0\omega + \arg(V(b_x, b_y, \omega)) \qquad (140)$$

Здесь мы обозначили функцию видности символом V. Групповая задержка определяется как $\tau_{gr} = \dfrac{\partial\Phi}{\partial\omega}$. Обозначив производную по частоте сигнала от второго члена (140) как τ_{str}, мы получим следующее выражение для структурной задержки:

$$\tau_{str} = \frac{\partial}{\partial \omega} \arg \left(\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} B(x, y, \omega) e^{-2\pi i (x b_x + y b_y)/\lambda} \, dx \, dy \right) \tag{141}$$

Отметим, что для точечного источника, расположенного в центре карты, как и следовало ожидать, $\tau_{str} = 0$. Нетрудно также убедиться, что для источника с симметричным относительно центра карты распределением яркости фаза Фурье-преобразования от карты равняется нулю, и, следовательно, структурная задержка также будет равна нулю.

В предположении, что структура радиоисточника не зависит от частоты, преобразуем (141) к

$$\tau_{str}(b_x, b_y) = \frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{arctg} \frac{\mathrm{Im} V(b_x, b_y)}{\mathrm{Re} V(b_x, b_y)} \tag{142}$$

Введя обозначения

$$\vec{\mathbf{b}}_s = \begin{pmatrix} \vec{\mathbf{b}}\,\vec{\mathbf{x}} \\ \vec{\mathbf{b}}\,\vec{\mathbf{y}} \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{\nabla \mathbf{V}} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial}{\partial b_x} V \\ \dfrac{\partial}{\partial b_y} V \end{pmatrix}$$

выражение (142) можно преобразовать к следующему виду:

$$\begin{aligned} \tau_{str}(b_x, b_y) = \frac{2\pi}{c|V|^2} \Big[&\mathrm{Re}\, V(b_x, b_y) \cdot \left(\vec{\mathbf{b}}_s \overrightarrow{\mathrm{Im}\ (\nabla \mathrm{V}(\mathrm{b_x}, \mathrm{b_y}))} \right) - \\ &\mathrm{Im}\, V(b_x, b_y) \cdot \left(\vec{\mathbf{b}}_s \overrightarrow{\mathrm{Re}\ (\nabla \mathrm{V}(\mathrm{b_x}, \mathrm{b_y}))} \right) \Big] \end{aligned} \tag{143}$$

Для вычисления структурной задержки по формуле (142) необходимо иметь карту распределения радиояркости источника в виде двумерного массива точек. Над картой выполняется двумерное Фурье-преобразование, находятся численно производные от действительной и мнимой части Фурье-преобразования карты по пространственным частотам в точках, соответствующим проекции вектора базы на картинную плоскость источника. На основе этих производных и вычисляется структурная задержка. Вкладом структурных эффектов в фазовую частоту интерференции мы пренебрегаем. Для большинства наблюдаемых по геодезическим программам источников структурная задержка составляет порядка $1 \cdot 10^{-11}$ – $3 \cdot 10^{-10}$ секунды, то есть довольно заметную величину. Обычно для картографирования источников проводятся радиоинтерферометрические наблюдения по специальным астрофизическим программам. В работах [77], [78] было продемонстрировано, что для построения карт достаточно хорошего качества можно использовать сами геодезические РСДБ наблюдения, используя измеренные значения амплитуды и фазы функции когерентности, однако повсеместного распространения такая практика на получила ввиду её трудоёмкости. Вопрос построения карт радиоисточников выходит за рамки настоящей работы.

7 Учёт парных эффектов.

До сих пор мы учитывали все дополнительные эффекты, влияющие на задержку, независимо из-за их относительной малости. Детальный анализ показывает, что на пикосекундном уровне точности необходимо учитывать 1) влияние тропосферной задержки на геометрическую задержку; 2) влияние антенного выноса на вычисление тропосферной задержки. Рассмотрим эти эффекты.

7.1 Влияние тропосферной задержки на геометрическую задержку.

При выводе выражения (24) не учитывалась дополнительная задержка, приобретаемая сигналом при прохождении сквозь атмосферу. В левой части этого выражения стоит разность прихода волнового фронта на станцию 2 и на станцию 1 в момент (барицентрического) времени t_{2v} и t_{1v}. Значок $_v$ здесь подчёркивает, что предполагается отсутствие задержек вносимых средой, так как это выражение получено в предположении, что время прохождения волнового фронта пропорционально расстоянию. В правой части (24) стоят вектора координат станций на момент прихода волнового фронта на эти станции. Это время складывается из времени, в которое сигнал достиг бы станции при условии, что нет атмосферы, плюс задержка, вносимая атмосферой. Преобразуем (23) следующим образом:

$$\vec{\mathbf{R}}_{2b}(t_{2b}+t_{2a}) = \vec{\mathbf{R}}_2(t_1+t_{1a}) + \dot{\vec{\mathbf{R}}}_{2b}(t_{1b})\cdot(t_{2b}+t_{2a}-t_{1b}-t_{1a}) =$$
$$\vec{\mathbf{R}}_2(t_1+t_{1a}) + \dot{\vec{\mathbf{R}}}_{2b}(t_{1b})\cdot(t_{2b}-t_{1b}) + \dot{\vec{\mathbf{R}}}_{2b}(t_{2a}-t_{1a}) \qquad (144)$$

где t_{ia} — тропосферная задержка i-й станции.

У нас появился дополнительный член $\dot{\vec{\mathbf{R}}}_{2b}(t_{2a}-t_{1a})$. Подставив (144) в (22), мы получим такой добавочный член в задержке:

$$\Delta\tau = -\frac{1}{c}\dot{\vec{\mathbf{R}}}_{2b}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}(t_{2a}-t_{1a}) \qquad (145)$$

Оставляя в $\dot{\vec{\mathbf{R}}}_{2b}$ только барицентрическую скорость Земли, окончательно получаем добавочный член в задержке:

$$\Delta\tau = -\frac{1}{c}\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}(t_{2a}-t_{1a}) \qquad (146)$$

При наблюдениях источника, расположенного на высоте 5° над горизонтом для одной из станций, этот добавочный эффект может достигать 10^{-11} секунды.

7.2 Влияние антенного выноса на тропосферную задержку.

Из-за движения антенны может измениться высота фазового центра приёмной аппаратуры относительно опорной точки антенны: пересечения осей. Следовательно, изменится электрическая длина атмосферы. В выражении для атмосферной задержки в зените (121) или (122) входит атмосферное давление. Давление должно быть отнесено к точке фазового центра приёмной аппаратуры. Если измерений атмосферного давления не производилось, то при вычислении нормального атмосферного давления по стандартной атмосфере (125) к ортометрической высоте опорной точки антенны следует добавить изменение высоты фазового центра приёмной аппаратуры вследствие антенного выноса:

$$\Delta h = \vec{\mathbf{L}}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}_z \qquad (147)$$

Если выполнялись измерения атмосферного давления, то следует выполнить редукцию атмосферного давления к фазовому центру приёмной аппаратуры, так как обычно барометр размещают на поверхности Земли рядом с антенной. Постоянной разностью давления между барометром и опорной точкой антенны можно пренебречь, так как всё равно мы не можем достаточно надёжно предвычислить тропосферную задержку в зените, и поправку к ней приходится оценивать, но переменную составляющую разности давления, обусловленную антенным выносом, следует учитывать. Продифференцировав выражение зависимости давления от геопотенциальной высоты для стандартной атмосферы (125), получаем $\Delta P = -1.1859 \cdot 10^{-4}\, P\, h$. Отсюда можем сразу получить окончательное выражение для дополнительной тропосферной задержки на станции, вызванной изменением высоты фазовой точки приёмной аппаратуры из-за антенного выноса:

$$\Delta\tau_a = -1.1859 \cdot 10^{-4} \left(\vec{\mathbf{L}}\, \underline{\vec{\mathbf{r}}}_z \right)\, \tau_a \tag{148}$$

где τ_a — тропосферная задержка.

При наблюдениях источника, расположенного на высоте 5° над горизонтом для одной из станций, этот добавочный эффект также может достигать 10^{-11} секунды.

8 Вычисление частных производных от задержки по параметрам модели.

Для дальнейшего оценивания поправок к параметрам модели необходимо вычислять производные от задержки по параметрам модели. Так как при вычислении частных производных и при предвычислении задержки используются одни и те же промежуточные величины, то удобно объединить вычисление теоретического значения задержки и частных производных. Вычисление производных будем проводить с относительной точностью 10^{-6} .

8.1 Предварительные замечания.

Напишем приближённое выражение для задержки:

$$
\begin{aligned}
\tau \;=\; & \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{c}(\vec{\mathbf{V}}_\oplus + \vec{\mathbf{v}}_2)\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}} \,(\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}}\,\vec{\mathbf{b}}_{\text{CFS}}\,)\,\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \\
& \frac{1}{c^2}\,(\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}}\,\vec{\mathbf{b}}_{\text{CFS}}\,)\,\vec{\mathbf{V}}_\oplus = \\
& a\,(\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}}\,\vec{\mathbf{b}}_{\text{CFS}}\,)\,\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c^2}(\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}}\,\vec{\mathbf{b}}_{\text{CFS}}\,)\,\vec{\mathbf{V}}_\oplus
\end{aligned}
\tag{149}
$$

где

$$
a \;=\; \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{c}(\vec{\mathbf{V}}_\oplus + \vec{\mathbf{v}}_2)\,\underline{\vec{\mathbf{s}}}}
$$

Распишем матрицу $\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}}$:

$$
\begin{aligned}
\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}} \;=\; & \hat{\mathcal{R}}_z(\zeta_0) \cdot \hat{\mathcal{R}}_y(-\theta_0) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(z) \cdot \hat{\mathcal{R}}_x(-\varepsilon_0) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(\Delta\psi) \cdot \\
& \hat{\mathcal{R}}_x(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(-S) \cdot \hat{\mathcal{R}}_y(X_p) \cdot \hat{\mathcal{R}}_x(Y_p)
\end{aligned}
\tag{150}
$$

Представим $S = \chi + \Delta\psi \cos\varepsilon$. Тогда мы можем записать:

$$
\hat{\mathcal{R}}_z(-S) = \hat{\mathcal{R}}_z(-\Delta\psi\cos\varepsilon) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(-\chi) \tag{151}
$$

Подставив (151) в (150), получаем

$$
\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}} = \hat{\mathcal{P}}(\zeta_0, \theta, z) \cdot \widehat{\widehat{\widehat{\mathcal{N}}}}(\varepsilon, \Delta\psi, \Delta\varepsilon) \cdot \hat{\mathcal{U}}(-\chi) \cdot \hat{\mathcal{W}}(X_p, Y_p) \tag{152}
$$

где символом $\widehat{\widehat{\widehat{\mathcal{N}}}}$ обозначено произведение следующих четырёх матриц: $\hat{\mathcal{R}}_x(-\varepsilon_0) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(\Delta\psi) \cdot \hat{\mathcal{R}}_x(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon) \cdot \hat{\mathcal{R}}_z(-\Delta\psi\cos\varepsilon_0)$

Заметим, что в соответствии с (53) $\chi \approx k\,\mathrm{UT1}$, где $k = (\Omega_n + z_1 + \zeta_1) \cdot \frac{86400}{2\pi} = 1.002\,737\,909$

8.2 Вычисление частных производных от задержки по параметрам вращения Земли.

Линеаризуем матрицу $\widehat{\widehat{\widehat{\mathcal{N}}}}$:

$$
\widehat{\widehat{\widehat{\mathcal{N}}}} \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta\psi\sin\varepsilon_0 \\ 0 & 1 & \Delta\varepsilon \\ -\Delta\psi\sin\varepsilon_0 & -\Delta\varepsilon & 1 \end{pmatrix} \tag{153}
$$

Так как $\Delta\psi, \Delta\varepsilon < 8 \cdot 10^{-5}$ рад ($17''$), то погрешность (153) не превосходит $3 \cdot 10^{-9}$. Теперь мы можем записать выражения для производных по углам нутации:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\tau}{\partial\Delta\psi} &= \left(\hat{\mathcal{P}} \cdot \frac{\partial}{\partial\Delta\psi}\widehat{\widehat{\mathcal{N}}} \cdot \hat{\mathcal{U}}(\chi) \cdot \hat{\mathcal{W}}\right)\left(a\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\right) \\
\frac{\partial\tau}{\partial\Delta\varepsilon} &= \left(\hat{\mathcal{P}} \cdot \frac{\partial}{\partial\Delta\varepsilon}\widehat{\widehat{\mathcal{N}}} \cdot \hat{\mathcal{U}}(\chi) \cdot \hat{\mathcal{W}}\right)\left(a\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\right) \qquad (154)
\end{aligned}$$

При этом матрицы $\frac{\partial}{\partial\Delta\psi}\widehat{\widehat{\mathcal{N}}}$, $\frac{\partial}{\partial\Delta\varepsilon}\widehat{\widehat{\mathcal{N}}}$ имеют следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial\Delta\psi}\widehat{\widehat{\mathcal{N}}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sin\varepsilon_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\sin\varepsilon_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \frac{\partial}{\partial\Delta\varepsilon}\widehat{\widehat{\mathcal{N}}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (155)$$

Аналогичным образом выразим частные производные по аргументу UT1 и координатам полюса X_p, Y_p:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\tau}{\partial UT1} &= k\left(\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \frac{\partial}{\partial S}\hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}}\right)\left(a\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\right) \\
\frac{\partial\tau}{\partial X_p} &= \left(\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \frac{\partial}{\partial X_p}\hat{\mathcal{W}}\right)\left(a\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\right) \\
\frac{\partial\tau}{\partial Y_p} &= \left(\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \frac{\partial}{\partial Y_p}\hat{\mathcal{W}}\right)\left(a\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\right) \qquad (156)
\end{aligned}$$

где

$$\frac{\partial}{\partial S}\hat{\mathcal{U}} = \begin{pmatrix} -\sin S & -\cos S & 0 \\ \cos S & -\sin S & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (157)$$

$$\frac{\partial}{\partial X_p}\hat{\mathcal{W}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \frac{\partial}{\partial Y_p}\hat{\mathcal{W}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (158)$$

8.3 Вычисление частных производных от задержки по другим параметрам.

Частные производные от задержки по координатам источника выражаются следующим образом:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\tau}{\partial\alpha} &= a\,\vec{\mathbf{b}}_{\text{CCF}}\,\frac{\overrightarrow{\partial\mathbf{S}}}{\partial\alpha} + a^2\,(\vec{\mathbf{b}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}})(\vec{\mathbf{V}}_{\oplus} + \vec{\mathbf{v}}_2)\frac{\overrightarrow{\partial\mathbf{S}}}{\partial\alpha} \\
\frac{\partial\tau}{\partial\delta} &= a\,\vec{\mathbf{b}}_{\text{CCF}}\,\frac{\overrightarrow{\partial\mathbf{S}}}{\partial\delta} + a^2\,(\vec{\mathbf{b}}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}})(\vec{\mathbf{V}}_{\oplus} + \vec{\mathbf{v}}_2)\frac{\overrightarrow{\partial\mathbf{S}}}{\partial\delta}
\end{aligned} \tag{159}
$$

где

$$
\frac{\overrightarrow{\partial\mathbf{S}}}{\partial\alpha} = \begin{pmatrix} -S_y \\ S_x \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \frac{\overrightarrow{\partial\mathbf{S}}}{\partial\delta} = \begin{pmatrix} -S_x S_z \\ -S_y S_z \\ \dfrac{S_z^2}{\sqrt{1-S_z^2}} \end{pmatrix} \tag{160}
$$

Частные производные по координатам вектора станции в CFS системе координат для станции, которая была первой станцией базы, выражаются в виде:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\tau}{\partial r_x} &= a\left(\hat{\mathcal{P}}\cdot\hat{\mathcal{N}}\cdot\hat{\mathcal{U}}\cdot\hat{\mathcal{W}}\,\vec{\mathbf{e}}_x\right)\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\,\vec{\mathbf{e}}_x + \frac{1}{c^2}g_{loc}\Delta t\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}\,\underline{\vec{\mathbf{e}}}_x \\
\frac{\partial\tau}{\partial r_y} &= a\left(\hat{\mathcal{P}}\cdot\hat{\mathcal{N}}\cdot\hat{\mathcal{U}}\cdot\hat{\mathcal{W}}\,\vec{\mathbf{e}}_y\right)\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\,\vec{\mathbf{e}}_y + \frac{1}{c^2}g_{loc}\Delta t\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}\,\underline{\vec{\mathbf{e}}}_y \\
\frac{\partial\tau}{\partial r_z} &= a\left(\hat{\mathcal{P}}\cdot\hat{\mathcal{N}}\cdot\hat{\mathcal{U}}\cdot\hat{\mathcal{W}}\,\vec{\mathbf{e}}_z\right)\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\,\vec{\mathbf{e}}_z + \frac{1}{c^2}g_{loc}\Delta t\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}\,\underline{\vec{\mathbf{e}}}_z
\end{aligned} \tag{161}
$$

где $\vec{\mathbf{e}}_x$, $\vec{\mathbf{e}}_y$, $\vec{\mathbf{e}}_z$ — единичные орты. Производные по координатам станции, которая была второй станцией базы, имеют такой же вид, но противоположный знак.

Можно записать также и приближённые выражения для производных по экваториальной проекции базы $\dfrac{\partial\tau}{\partial b_{xy}}$ и по длине базы $\dfrac{\partial\tau}{\partial b_l}$:

$$
\frac{\partial\tau}{\partial b_{xy}} = \left(\hat{\mathcal{P}}\cdot\hat{\mathcal{N}}\cdot\hat{\mathcal{U}}\cdot\hat{\mathcal{W}}\frac{\partial\vec{\mathbf{b}}}{\partial b_{xy}}\right)\left(a\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_{\oplus}\right)
$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial b_l} = \left(\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}} \frac{\partial \vec{\mathbf{b}}}{\partial b_l}\right) \left(a\underline{\vec{\mathbf{s}}} + \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{V}}_\oplus\right)$$

$$\text{где} \qquad \frac{\partial \vec{\mathbf{b}}}{\partial b_{xy}} = \begin{pmatrix} \dfrac{b_x}{\sqrt{b_x^2 + b_y^2}} \\ \dfrac{b_y}{\sqrt{b_x^2 + b_y^2}} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \frac{\partial \vec{\mathbf{b}}}{\partial b_l} = \begin{pmatrix} \dfrac{b_x}{\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}} \\ \dfrac{b_y}{\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}} \\ \dfrac{b_z}{\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}} \end{pmatrix} \tag{162}$$

Вид производных от задержки по числам Лява зависит от того, как вычислялся приливообразующий потенциал. Если потенциал вычислялся по эфемеридам Луны и Солнца или по гармоническим разложениям, то вектор приливного смещения выражается в VEN системе координат. Если потенциал вычислялся по второй гармонике разложения в ряд по сферическим функциям, то вектор приливного смещения выражается в той системе, в которой выражены вектор координат планет и вектор координат станции — в CCF системе.

В случае, если вектор приливного смещения был получен в VEN системе при вычислении приливообразующего потенциала на i-ой станции W_i по эфемеридам Луны и Солнца или же по гармоническому разложению приливообразующего потенциала, выражения для производных по числам Лява можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial \tau}{\partial h} = a\,\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}} \left(\frac{W_1}{g_{1,loc}} \frac{\vec{\mathbf{r}}_{1,\mathrm{CCF}}}{|r_1|} - \frac{W_2}{g_{2,loc}} \frac{\vec{\mathbf{r}}_{2,\mathrm{CCF}}}{|r_2|}\right) \underline{\vec{\mathbf{s}}}$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial \ell} = a\,\hat{\mathcal{P}} \cdot \hat{\mathcal{N}} \cdot \hat{\mathcal{U}} \cdot \hat{\mathcal{W}} \left(\hat{\mathcal{V}}_1 \frac{\partial \vec{\mathbf{u}}_{1,\mathrm{VEN}}}{\partial \ell} - \hat{\mathcal{V}}_2 \frac{\partial \vec{\mathbf{u}}_{2,\mathrm{VEN}}}{\partial \ell}\right) \underline{\vec{\mathbf{s}}}$$

$$\text{где} \quad \frac{\partial \vec{\mathbf{u}}_{\imath,\mathrm{VEN}}}{\partial \ell} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{g_{i,loc}} \dfrac{\partial W_i}{\partial \varphi_i} \\ \dfrac{1}{g_{i,loc} \cos \varphi_i} \dfrac{\partial W_i}{\partial \lambda_i} \end{pmatrix} \tag{163}$$

Если вектор приливного смещения был получен в CCF системе, и при этом приливообразующий потенциала на каждой станции вычислялся по второй гармонике разложения в ряд по сферическим функциям, то производные по числам Лява вычисляются по следующим формулам:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\tau}{\partial h} &= a\frac{\partial\vec{\mathbf{u}}_{\text{I,CCF}}}{\partial h}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}} \\
\frac{\partial\tau}{\partial \ell} &= a\frac{\partial\vec{\mathbf{u}}_{\text{I,CCF}}}{\partial h}\,\underline{\vec{\mathbf{s}}} \\
\frac{\partial\vec{\mathbf{u}}_{\text{I,CCF}}}{\partial h} &= \sum_{pl}\frac{fM_{pl}r_i^4}{fM_{\oplus}|R_{pl}|^3}\left[\frac{3}{2}\left(\underline{\vec{\mathbf{R}}}_{pl}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}_{\text{I,CCF}}\right)^2-\frac{1}{2}\right]\underline{\vec{\mathbf{r}}}_{\text{I,CCF}} \\
\frac{\partial\vec{\mathbf{u}}_{\text{I,CCF}}}{\partial \ell} &= 3\sum_{pl}\frac{fM_{pl}r_i^4}{fM_{\oplus}|R_{pl}|^3}\left[\left(\underline{\vec{\mathbf{R}}}_{pl}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}_{\text{I,CCF}}\right)\underline{\vec{\mathbf{R}}}_{pl}-\left(\underline{\vec{\mathbf{R}}}_{pl}\,\underline{\vec{\mathbf{r}}}_{\text{I,CCF}}\right)^2\underline{\vec{\mathbf{r}}}_{\text{I,CCF}}\right]
\end{aligned}
\qquad (164)
$$

Наконец, производной задержки от тропосферной задержки в зените является картирующая функция. Тогда, когда модель тропосферной задержки допускает две картирующие функции: одну для гидростатической компоненты, а одну для неравновесной, "влажной", то следует брать картирующую функцию для влажной задержки.

Производные от частоты интерференции по параметрам модели получаются дифференцированием по времени приведённых выражений.

Таблица 1: Коэффициенты разложения углов Ньюкома-Андуайе и среднего угла наклонности эклиптики к экватору в ряд по аргументу TDB.

Разложение Лиске:

$$
\begin{array}{lclllll}
\zeta_0 & = & & 2306''.2181\,T & +0''.30188\,T^2 & +0''.017998\,T^3 \\
\theta & = & & 2004''.3109\,T & -0''.42665\,T^2 & -0''.041833\,T^3 \\
z & = & & 2306''.2181\,T & +1''.09468\,T^2 & +0''.018203\,T^3 \\
\varepsilon_0 & = & 84\,381''.448 & -46''.8150\,T & -0''.00059\,T^2 & +0''.001813\,T^3
\end{array}
$$

Разложение Симона:

$$
\begin{array}{lclllll}
\zeta_0 & = & & 2306''.09097\,T & +0''.302226\,T^2 & +0''.0180183\,T^3 \\
\theta & = & & 2004''.20207\,T & -0''.426566\,T^2 & -0''.0418238\,T^3 \\
z & = & & 2306''.09097\,T & +1''.095270\,T^2 & +0''.0182667\,T^3 \\
\varepsilon_0 & = & 84\,381''.412 & -46''.80927\,T & -0''.000152\,T^2 & +0''.0019989\,T^3
\end{array}
$$

$$T = \frac{IDT - 0.5 + \dfrac{TDB}{86400}}{100}$$

где IDT — целое количество суток, прошедшее с фундаментальной эпохи J2000 (1 января 2000 года 0 часов всемирного времени) до 0 часов всемирного времени текущих суток, TDB — время по шкале TDB в секундах.

Таблица 2: Коэффициенты разложения приливных (фундаментальных) аргументов.

Разложение Лиске:

$$
\begin{aligned}
\alpha_1 &= C(\ \ 485866.733 + 715922.633\,T + 31.310\,T^2 + 0.064\,T^3) + 2\pi\cdot 1325\,T\\
\alpha_2 &= C(1287099.804 + 1292581.224\,T - 0.577\,T^2 - 0.012\,T^3) + 2\pi\cdot 99\,T\\
\alpha_3 &= C(\ \ 335778.877 + 295263.137\,T - 13.257\,T^2 + 0.011\,T^3) + 2\pi\cdot 1342\,T\\
\alpha_4 &= C(1072261.307 + 1105601.328\,T - 6.891\,T^2 + 0.019\,T^3) + 2\pi\cdot 1236\,T\\
\alpha_5 &= C(\ \ 450160.280 - 482890.539\,T + 7.455\,T^2 + 0.008T^3) - 2\pi\cdot 5\,T
\end{aligned}
$$

Разложение Симона:

$$
\begin{aligned}
\alpha_1 = C(&\ 485\,868.249\,04 + 715\,923.217\,80\,T + 31.879\,20\,T^2 + 0.051\,63\,T^3\\
&- 0.000\,24\,T^4) + 2\pi\cdot 1325\,T\\
\alpha_2 = C(&\,1\,287\,104.793\,05 + 1\,292\,581.048\,10\,T - 0.553\,20\,T^2 + 0.000\,14\,T^3\\
&- 0.000\,01\,T^4) + 2\pi\cdot 99\,T\\
\alpha_3 = C(&\ 335\,779.526\,23 + 295\,262.847\,80\,T - 12.751\,20\,T^2 - 0.001\,04\,T^3)\\
&+ 2\pi\cdot 1342\,T\\
\alpha_4 = C(&\,1\,072\,260.703\,69 + 1\,105\,601.209\,00\,T - 6.370\,60\,T^2 + 0.006\,59\,T^3\\
&- 0.000\,03\,T^4) + 2\pi\cdot 1236\,T\\
\alpha_5 = C(&\ 450\,160.398\,04 - 482\,890.543\,10\,T + 7.472\,20\,T^2 + 0.007\,70\,T^3\\
&- 0.000\,06\,T^4) - 2\pi\cdot 5\,T
\end{aligned}
$$

где $C = \dfrac{\pi}{180\cdot 3600}$ — переводной коэффициент из угловых секунд в радианы.

Таблица 3: Разложения углов нутации IAU 1980 (в $0''.001$)

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	Ψ_i^{pro}	$\Psi_i'^{pro}$	E_i^{pro}	$E_i'^{pro}$
1	0	0	0	0	1	−17199.60	−17.42	9202.50	0.89
2	0	0	0	0	2	206.20	0.02	−89.50	0.05
3	−2	0	2	0	1	4.60	0.00	−2.40	0.00
4	2	0	−2	0	0	1.10	0.00	0.00	0.00
5	−2	0	2	0	2	−0.30	0.00	0.10	0.00
6	1	−1	0	−1	0	−0.30	0.00	0.00	0.00
7	0	−2	2	−2	1	−0.20	0.00	0.10	0.00
8	2	0	−2	0	1	0.10	0.00	0.00	0.00
9	0	0	2	−2	2	−1318.70	−0.16	573.60	−0.31
10	0	1	0	0	0	142.60	−0.34	5.40	−0.01
11	0	1	2	−2	2	−51.70	0.12	22.40	−0.06
12	0	−1	2	−2	2	21.70	−0.05	−9.50	0.03
13	0	0	2	−2	1	12.90	0.01	−7.00	0.00
14	2	0	0	−2	0	4.80	0.00	0.10	0.00
15	0	0	2	−2	0	−2.20	0.00	0.00	0.00
16	0	2	0	0	0	1.70	−0.01	0.00	0.00
17	0	1	0	0	1	−1.50	0.00	0.90	0.00
18	0	2	2	−2	2	−1.60	0.01	0.70	0.00
19	0	−1	0	0	1	−1.20	0.00	0.60	0.00
20	−2	0	0	2	1	−0.60	0.00	0.30	0.00
21	0	−1	2	−2	1	−0.50	0.00	0.30	0.00
22	2	0	0	−2	1	0.40	0.00	−0.20	0.00
23	0	1	2	−2	1	0.40	0.00	−0.20	0.00
24	1	0	0	−1	0	−0.40	0.00	0.00	0.00
25	2	1	0	−2	0	0.10	0.00	0.00	0.00
26	0	0	−2	2	1	0.10	0.00	0.00	0.00
27	0	1	−2	2	0	−0.10	0.00	0.00	0.00
28	0	1	0	0	2	0.10	0.00	0.00	0.00
29	−1	0	0	1	1	0.10	0.00	0.00	0.00
30	0	1	2	−2	0	−0.10	0.00	0.00	0.00
31	0	0	2	0	2	−227.40	−0.02	97.70	−0.05
32	1	0	0	0	0	71.20	0.01	−0.70	0.00
33	0	0	2	0	1	−38.60	−0.04	20.00	0.00
34	1	0	2	0	2	−30.10	0.00	12.90	−0.01
35	1	0	0	−2	0	−15.80	0.00	−0.10	0.00
36	−1	0	2	0	2	12.30	0.00	−5.30	0.00

Продолжение на следующей странице . . .

Продолжение ...

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	Ψ_i^{pro}	$\Psi_i'^{pro}$	E_i^{pro}	$E_i'^{pro}$
37	0	0	0	2	0	6.30	0.00	−0.20	0.00
38	1	0	0	0	1	6.30	0.01	−3.30	0.00
39	−1	0	0	0	1	−5.80	−0.01	3.20	0.00
40	−1	0	2	2	2	−5.90	0.00	2.60	0.00
41	1	0	2	0	1	−5.10	0.00	2.70	0.00
42	0	0	2	2	2	−3.80	0.00	1.60	0.00
43	2	0	0	0	0	2.90	0.00	−0.10	0.00
44	1	0	2	−2	2	2.90	0.00	−1.20	0.00
45	2	0	2	0	2	−3.10	0.00	1.30	0.00
46	0	0	2	0	0	2.60	0.00	−0.10	0.00
47	−1	0	2	0	1	2.10	0.00	−1.00	0.00
48	−1	0	0	2	1	1.60	0.00	−0.80	0.00
49	1	0	0	−2	1	−1.30	0.00	0.70	0.00
50	−1	0	2	2	1	−1.00	0.00	0.50	0.00
51	1	1	0	−2	0	−0.70	0.00	0.00	0.00
52	0	1	2	0	2	0.70	0.00	−0.30	0.00
53	0	−1	2	0	2	−0.70	0.00	0.30	0.00
54	1	0	2	2	2	−0.80	0.00	0.30	0.00
55	1	0	0	2	0	0.60	0.00	0.00	0.00
56	2	0	2	−2	2	0.60	0.00	−0.30	0.00
57	0	0	0	2	1	−0.60	0.00	0.30	0.00
58	0	0	2	2	1	−0.70	0.00	0.30	0.00
59	1	0	2	−2	1	0.60	0.00	−0.30	0.00
60	0	0	0	−2	1	−0.50	0.00	0.30	0.00
61	1	−1	0	0	0	0.50	0.00	0.00	0.00
62	2	0	2	0	1	−0.50	0.00	0.30	0.00
63	0	1	0	−2	0	−0.40	0.00	0.00	0.00
64	1	0	−2	0	0	0.40	0.00	0.00	0.00
65	0	0	0	1	0	−0.40	0.00	0.00	0.00
66	1	1	0	0	0	−0.30	0.00	0.00	0.00
67	1	0	2	0	0	0.30	0.00	0.00	0.00
68	1	−1	2	0	2	−0.30	0.00	0.10	0.00
69	−1	−1	2	2	2	−0.30	0.00	0.10	0.00
70	−2	0	0	0	1	−0.20	0.00	0.10	0.00
71	3	0	2	0	2	−0.30	0.00	0.10	0.00
72	0	−1	2	2	2	−0.30	0.00	0.10	0.00
73	1	1	2	0	2	0.20	0.00	−0.10	0.00
74	−1	0	2	−2	1	−0.20	0.00	0.10	0.00

Продолжение на следующей странице ...

Продолжение ...

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	Ψ_i^{pro}	$\Psi_i'^{pro}$	E_i^{pro}	$E_i'^{pro}$
75	2	0	0	0	1	0.20	0.00	−0.10	0.00
76	1	0	0	0	2	−0.20	0.00	0.10	0.00
77	3	0	0	0	0	0.20	0.00	0.00	0.00
78	0	0	2	1	2	0.20	0.00	−0.10	0.00
79	−1	0	0	0	2	0.10	0.00	−0.10	0.00
80	1	0	0	−4	0	−0.10	0.00	0.00	0.00
81	−2	0	2	2	2	0.10	0.00	−0.10	0.00
82	−1	0	2	4	2	−0.20	0.00	0.10	0.00
83	2	0	0	−4	0	−0.10	0.00	0.00	0.00
84	1	1	2	−2	2	0.10	0.00	−0.10	0.00
85	1	0	2	2	1	−0.10	0.00	0.10	0.00
86	−2	0	2	4	2	−0.10	0.00	0.10	0.00
87	−1	0	4	0	2	0.10	0.00	0.00	0.00
88	1	−1	0	−2	0	0.10	0.00	0.00	0.00
89	2	0	2	−2	1	0.10	0.00	−0.10	0.00
90	2	0	2	2	2	−0.10	0.00	0.00	0.00
91	1	0	0	2	1	−0.10	0.00	0.00	0.00
92	0	0	4	−2	2	0.10	0.00	0.00	0.00
93	3	0	2	−2	2	0.10	0.00	0.00	0.00
94	1	0	2	−2	0	−0.10	0.00	0.00	0.00
95	0	1	2	0	1	0.10	0.00	0.00	0.00
96	−1	−1	0	2	1	0.10	0.00	0.00	0.00
97	0	0	−2	0	1	−0.10	0.00	0.00	0.00
98	0	0	2	−1	2	−0.10	0.00	0.00	0.00
99	0	1	0	2	0	−0.10	0.00	0.00	0.00
100	1	0	−2	−2	0	−0.10	0.00	0.00	0.00
101	0	−1	2	0	1	−0.10	0.00	0.00	0.00
102	1	1	0	−2	1	−0.10	0.00	0.00	0.00
103	1	0	−2	2	0	−0.10	0.00	0.00	0.00
104	2	0	0	2	0	0.10	0.00	0.00	0.00
105	0	0	2	4	2	−0.10	0.00	0.00	0.00
106	0	1	0	1	0	0.10	0.00	0.00	0.00

Таблица 4: Разложения углов нутации ZMOA (в $0''.001$)

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	Ψ_i^{pro}	$\Psi_i'^{pro}$	Ψ_i^{ret}	E_i^{pro}	$E_i'^{pro}$	E_i^{ret}
1	0	0	0	0	1	−17206.34	−17.43	1.90	9205.11	0.90	0.98
2	0	0	2	−2	2	−1317.18	−0.16	−1.41	573.06	−0.31	−0.46
3	0	0	2	0	2	−227.56	−0.02	−0.02	97.79	−0.05	0.01
4	0	0	0	0	2	207.50	0.02	−0.05	−89.77	0.05	−0.02
5	0	1	0	0	0	147.60	−0.36	−0.12	7.30	−0.02	0.09
6	1	0	0	0	0	71.11	0.01	−0.03	−0.67	0.00	0.03
7	0	1	2	−2	2	−51.69	0.12	−0.06	22.44	−0.07	−0.02
8	0	0	2	0	1	−38.71	−0.04	−0.01	20.06	0.00	0.00
9	1	0	2	0	2	−30.13	0.00	0.03	12.89	−0.01	0.01
10	0	−1	2	−2	2	21.61	−0.05	0.02	−9.60	0.03	0.01
11	1	0	0	−2	0	−15.70	0.00	−0.01	−0.13	0.00	−0.01
12	0	0	2	−2	1	12.91	0.01	0.02	−6.98	0.00	0.00
13	−1	0	2	0	2	12.35	0.00	0.01	−5.33	0.00	0.00
14	1	0	0	0	1	6.32	0.01	0.00	−3.32	0.00	0.00
15	0	0	0	2	0	6.36	0.00	0.00	−0.12	0.00	0.00
16	−1	0	2	2	2	−5.96	0.00	0.00	2.55	0.00	0.00
17	−1	0	0	0	1	−5.81	−0.01	0.00	3.15	0.00	0.00
18	1	0	2	0	1	−5.15	0.00	0.00	2.64	0.00	0.00
19	2	0	0	−2	0	4.79	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00
20	−2	0	2	0	1	4.60	0.00	0.00	−2.43	0.00	0.00
21	0	0	2	2	2	−3.84	0.00	0.00	1.64	0.00	0.00
22	2	0	2	0	2	−3.09	0.00	0.00	1.32	0.00	0.00
23	2	0	0	0	0	2.93	0.00	0.00	−0.06	0.00	0.00
24	1	0	2	−2	2	2.86	0.00	0.00	−1.24	0.00	0.00
25	0	0	2	0	0	2.59	0.00	0.00	−0.05	0.00	0.00
26	0	0	2	−2	0	−2.19	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
27	−1	0	2	0	1	2.05	0.00	0.00	−1.07	0.00	0.00
28	0	2	0	0	0	1.68	−0.01	0.00	0.02	0.00	0.00
29	0	2	2	−2	2	−1.58	0.00	0.00	0.69	0.00	0.00
30	−1	0	0	2	1	1.52	0.00	0.00	−0.80	0.00	0.00
31	0	1	0	0	1	−1.40	0.00	0.00	0.86	0.00	0.00
32	1	0	0	−2	1	−1.29	0.00	0.00	0.70	0.00	0.00
33	0	−1	0	0	1	−1.28	0.00	0.00	0.64	0.00	0.00
34	2	0	−2	0	0	1.10	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
35	−1	0	2	2	1	−1.02	0.00	0.00	0.52	0.00	0.00
36	1	0	2	2	2	−0.77	0.00	0.00	0.32	0.00	0.00

Продолжение на следующей странице ...

Продолжение ...

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	Ψ_i^{pro}	$\Psi_i'^{pro}$	Ψ_i^{ret}	E_i^{pro}	$E_i'^{pro}$	E_i^{ret}
37	0	−1	2	0	2	−0.76	0.00	0.00	0.33	0.00	0.00
38	0	0	2	2	1	−0.66	0.00	0.00	0.34	0.00	0.00
39	1	1	0	−2	0	−0.74	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
40	0	1	2	0	2	0.76	0.00	0.00	−0.33	0.00	0.00
41	−2	0	0	2	1	−0.58	0.00	0.00	0.31	0.00	0.00
42	0	0	0	2	1	−0.64	0.00	0.00	0.33	0.00	0.00
43	2	0	2	−2	2	0.65	0.00	0.00	−0.28	0.00	0.00
44	1	0	0	2	0	0.66	0.00	0.00	−0.02	0.00	0.00
45	1	0	2	−2	1	0.58	0.00	0.00	−0.30	0.00	0.00
46	0	0	0	−2	1	−0.50	0.00	0.00	0.28	0.00	0.00
47	0	−1	2	−2	1	−0.48	0.00	0.00	0.28	0.00	0.00
48	2	0	2	0	1	−0.53	0.00	0.00	0.26	0.00	0.00
49	1	−1	0	0	0	0.47	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
50	1	0	0	−1	0	−0.46	0.00	0.00	−0.07	0.00	0.00
51	0	0	0	1	0	−0.40	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
52	0	1	0	−2	0	−0.44	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
53	1	0	−2	0	0	0.41	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
54	2	0	0	−2	1	0.41	0.00	0.00	−0.22	0.00	0.00
55	0	1	2	−2	1	0.36	0.00	0.00	−0.20	0.00	0.00
56	1	1	0	0	0	−0.34	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
57	1	−1	0	−1	0	−0.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
58	−1	−1	2	2	2	−0.29	0.00	0.00	0.12	0.00	0.00
59	0	−1	2	2	2	−0.26	0.00	0.00	0.11	0.00	0.00
60	1	−1	2	0	2	−0.29	0.00	0.00	0.12	0.00	0.00
61	3	0	2	0	2	−0.29	0.00	0.00	0.12	0.00	0.00
62	−2	0	2	0	2	−0.31	0.00	0.00	0.14	0.00	0.00
63	1	0	2	0	0	0.34	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
64	−1	0	2	4	2	−0.15	0.00	0.00	0.06	0.00	0.00
65	1	0	0	0	2	−0.20	0.00	0.00	0.08	0.00	0.00
66	−1	0	2	−2	1	−0.20	0.00	0.00	0.11	0.00	0.00
67	0	−2	2	−2	1	−0.15	0.00	0.00	0.08	0.00	0.00
68	−2	0	0	0	1	−0.23	0.00	0.00	0.13	0.00	0.00
69	2	0	0	0	1	0.21	0.00	0.00	−0.11	0.00	0.00
70	3	0	0	0	0	0.16	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
71	1	1	2	0	2	0.24	0.00	0.00	−0.10	0.00	0.00
72	0	0	2	1	2	0.16	0.00	0.00	−0.07	0.00	0.00
73	1	0	0	2	1	−0.10	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00
74	1	0	2	2	1	−0.13	0.00	0.00	0.07	0.00	0.00

Продолжение на следующей странице ...

Продолжение ...

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	Ψ_i^{pro}	$\Psi_i'^{pro}$	Ψ_i^{ret}	E_i^{pro}	$E_i'^{pro}$	E_i^{ret}
75	1	1	0	−2	1	−0.06	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00
76	0	1	0	2	0	−0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
77	0	1	2	−2	0	−0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
78	0	1	−2	2	0	−0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
79	1	0	−2	2	0	−0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
80	1	0	−2	−2	0	−0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
81	1	0	2	−2	0	−0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
82	1	0	0	−4	0	−0.14	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
83	2	0	0	−4	0	−0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
84	0	0	2	4	2	−0.07	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00
85	0	0	2	−1	2	−0.07	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00
86	−2	0	2	4	2	−0.12	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00
87	2	0	2	2	2	−0.11	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00
88	0	−1	2	0	1	−0.07	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00
89	0	0	−2	0	1	−0.06	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00
90	0	0	4	−2	2	0.09	0.00	0.00	−0.04	0.00	0.00
91	0	1	0	0	2	0.07	0.00	0.00	−0.03	0.00	0.00
92	1	1	2	−2	2	0.13	0.00	0.00	−0.05	0.00	0.00
93	3	0	2	−2	2	0.09	0.00	0.00	−0.04	0.00	0.00
94	−2	0	2	2	2	0.13	0.00	0.00	−0.06	0.00	0.00
95	−1	0	0	0	2	0.14	0.00	0.00	−0.06	0.00	0.00
96	0	0	−2	2	1	0.09	0.00	0.00	−0.04	0.00	0.00
97	0	1	2	0	1	0.08	0.00	0.00	−0.04	0.00	0.00
98	−1	0	4	0	2	0.11	0.00	0.00	−0.05	0.00	0.00
99	2	1	0	−2	0	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
100	2	0	0	2	0	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
101	2	0	2	−2	1	0.10	0.00	0.00	−0.05	0.00	0.00
102	2	0	−2	0	1	0.07	0.00	0.00	−0.04	0.00	0.00
103	1	−1	0	−2	0	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
104	−1	0	0	1	1	0.10	0.00	0.00	−0.04	0.00	0.00
105	−1	−1	0	2	1	0.07	0.00	0.00	−0.04	0.00	0.00
106	0	1	0	1	0	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
107	3	0	2	2	2	−0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
108	1	0	2	4	2	−0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
109	4	0	2	0	2	−0.03	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
110	2	0	2	2	1	−0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
111	0	0	2	4	1	−0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
112	3	0	2	0	1	−0.05	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00

Продолжение на следующей странице ...

Продолжение ...

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	Ψ_i^{pro}	$\Psi_i'^{pro}$	Ψ_i^{ret}	E_i^{pro}	$E_i'^{pro}$	E_i^{ret}
113	1	1	2	2	2	0.01	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
114	1	−1	2	2	2	−0.06	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
115	−1	0	2	4	1	−0.03	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
116	−1	−1	2	4	2	−0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
117	2	1	2	0	2	0.04	0.00	0.00	−0.02	0.00	0.00
118	0	0	4	0	2	0.02	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
119	2	0	2	0	0	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
120	0	1	2	2	2	0.05	0.00	0.00	−0.02	0.00	0.00
121	1	0	2	1	2	0.03	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
122	2	−1	2	0	2	−0.05	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
123	0	0	2	2	0	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
124	2	0	0	2	1	−0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
125	0	−1	2	2	1	−0.04	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
126	−2	0	2	4	1	−0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
127	0	−1	2	2	2	−0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
128	0	0	0	4	0	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
129	0	0	0	4	1	−0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
130	1	0	4	−2	2	0.02	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
131	3	0	2	−2	1	0.02	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
132	1	1	2	0	1	0.04	0.00	0.00	−0.02	0.00	0.00
133	−1	0	4	0	1	0.02	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
134	0	1	2	1	2	−0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
135	−3	0	0	0	1	−0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
136	−1	1	2	2	2	0.06	0.00	0.00	−0.02	0.00	0.00
137	0	0	2	1	1	0.03	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
138	1	−1	2	0	1	−0.04	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
139	−1	0	0	−2	1	−0.04	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00
140	−1	−1	2	2	1	−0.05	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
141	1	−1	0	2	0	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
142	1	0	0	−4	1	−0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
143	−1	0	0	4	1	−0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
144	−1	−1	0	4	0	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
145	2	1	2	−2	2	0.03	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
146	0	0	4	−2	1	0.02	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
147	1	0	2	−1	2	−0.03	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
148	2	1	0	0	0	−0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
149	0	0	2	0	1	−0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
150	0	0	2	0	3	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Продолжение на следующей странице ...

Продолжение ...

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	Ψ_i^{pro}	$\Psi_i'^{pro}$	Ψ_i^{ret}	E_i^{pro}	$E_i'^{pro}$	E_i^{ret}
151	0	1	0	2	1	0.02	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
152	1	0	0	1	0	−0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
153	2	−1	0	0	0	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
154	−2	0	2	2	1	0.02	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
155	0	0	0	−2	2	0.01	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
156	0	0	0	2	2	−0.05	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
157	0	1	0	−2	1	−0.03	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
158	0	−1	0	2	1	−0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
159	2	0	0	−4	1	−0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
160	−2	0	0	4	1	0.01	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
161	0	−2	0	2	0	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
162	0	0	2	−4	1	−0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
163	1	1	2	−2	1	0.03	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
164	−1	1	2	0	2	0.04	0.00	0.00	−0.02	0.00	0.00
165	−1	−1	0	0	1	0.02	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
166	1	1	0	0	1	−0.03	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
167	1	0	−2	0	1	0.03	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
168	0	0	1	0	1	−0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
169	−1	−1	2	0	2	−0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
170	−1	1	0	2	1	−0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
171	0	0	0	−1	1	0.03	0.00	0.00	−0.02	0.00	0.00
172	0	0	0	1	1	−0.04	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
173	−1	1	0	0	1	−0.02	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
174	1	−1	0	0	1	0.05	0.00	0.00	−0.03	0.00	0.00
175	1	0	0	−2	2	0.03	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
176	−1	0	0	2	2	−0.04	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
177	−1	0	2	−2	2	0.03	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
178	−1	1	2	−2	1	−0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
179	−1	−2	0	2	0	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
180	1	0	2	−4	1	−0.04	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
181	0	3	2	−2	2	−0.05	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
182	0	3	0	0	0	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
183	−2	−1	0	2	1	−0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
184	0	0	2	−2	1	−0.09	0.00	0.00	0.07	0.00	0.00
185	0	−2	0	0	1	−0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
186	0	0	2	−2	3	0.13	0.00	0.00	−0.02	0.00	0.00
187	2	0	0	−2	2	−0.03	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
188	−2	1	2	0	1	−0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Продолжение на следующей странице ...

Продолжение ...

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	Ψ_i^{pro}	$\Psi_i'^{pro}$	Ψ_i^{ret}	E_i^{pro}	$E_i'^{pro}$	E_i^{ret}
189	−2	1	2	0	2	−0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
190	−1	0	2	−1	1	−0.04	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
191	0	−1	0	0	2	0.04	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
192	1	0	0	−1	1	0.03	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
193	−2	−1	2	0	2	0.02	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
194	−2	−1	2	0	1	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
195	−3	0	2	1	2	0.02	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
196	0	0	0	0	3	−0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
197	−1	−1	2	−1	2	0.13	0.00	0.00	−0.05	0.00	0.00
198	−1	0	1	0	1	−0.15	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00
199	−1	0	1	0	2	0.03	0.00	0.00	−0.01	0.00	0.00
200	−1	1	0	1	1	0.07	0.00	0.00	−0.04	0.00	0.00

Таблица 5: Первые 9 членов разложения углов нутации ZMOA-1990.2 (в $0''.001$). Члены 10–200 совпадают с разложением ZMOA

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	Ψ_i^{pro}	$\Psi_i'^{pro}$	Ψ_i^{ret}	E_i^{pro}	$E_i'^{pro}$	E_i^{ret}
1	0	0	0	0	1	−17206.70	−17.43	3.75	9205.25	0.90	1.68
2	0	0	2	−2	2	−1317.14	−0.16	−1.50	573.05	−0.31	−0.52
3	0	0	2	0	2	−227.56	−0.02	−0.02	97.79	−0.05	0.01
4	0	0	0	0	2	207.51	0.02	0.08	−89.77	0.05	−0.03
5	0	1	0	0	0	147.64	−0.36	0.82	7.32	−0.02	−0.28
6	1	0	0	0	0	71.11	0.01	−0.03	−0.67	0.00	0.03
7	0	1	2	−2	2	−51.68	0.12	−0.06	22.44	−0.07	−0.02
8	0	0	2	0	1	−38.71	−0.04	−0.01	20.06	0.00	0.00
9	1	0	2	0	2	−30.12	0.00	0.03	12.89	−0.01	0.01

Таблица 6: Таблица значений [UTC-TAI](TAI)

Интервал (TAI)	(UTC-TAI)
[01-JAN-72 $00^h00^m10\overset{s}{.}0$, 01-JUL-72 $00^h00^m11\overset{s}{.}0$]	10.0
[01-JUL-72 $00^h00^m11\overset{s}{.}0$, 01-JAN-73 $00^h00^m12\overset{s}{.}0$]	11.0
[01-JAN-73 $00^h00^m12\overset{s}{.}0$, 01-JAN-74 $00^h00^m13\overset{s}{.}0$]	12.0
[01-JAN-74 $00^h00^m13\overset{s}{.}0$, 01-JAN-75 $00^h00^m14\overset{s}{.}0$]	13.0
[01-JAN-75 $00^h00^m14\overset{s}{.}0$, 01-JAN-76 $00^h00^m15\overset{s}{.}0$]	14.0
[01-JAN-76 $00^h00^m15\overset{s}{.}0$, 01-JAN-77 $00^h00^m16\overset{s}{.}0$]	15.0
[01-JAN-77 $00^h00^m16\overset{s}{.}0$, 01-JAN-78 $00^h00^m17\overset{s}{.}0$]	16.0
[01-JAN-78 $00^h00^m17\overset{s}{.}0$, 01-JAN-79 $00^h00^m18\overset{s}{.}0$]	17.0
[01-JAN-79 $00^h00^m18\overset{s}{.}0$, 01-JAN-80 $00^h00^m19\overset{s}{.}0$]	18.0
[01-JAN-80 $00^h00^m19\overset{s}{.}0$, 01-JUL-81 $00^h00^m20\overset{s}{.}0$]	19.0
[01-JUL-81 $00^h00^m20\overset{s}{.}0$, 01-JUL-82 $00^h00^m21\overset{s}{.}0$]	20.0
[01-JUL-82 $00^h00^m21\overset{s}{.}0$, 01-JUL-83 $00^h00^m22\overset{s}{.}0$]	21.0
[01-JUL-83 $00^h00^m22\overset{s}{.}0$, 01-JUL-85 $00^h00^m23\overset{s}{.}0$]	22.0
[01-JUL-85 $00^h00^m23\overset{s}{.}0$, 01-JAN-88 $00^h00^m24\overset{s}{.}0$]	23.0
[01-JAN-88 $00^h00^m24\overset{s}{.}0$, 01-JAN-90 $00^h00^m25\overset{s}{.}0$]	24.0
[01-JAN-90 $00^h00^m25\overset{s}{.}0$, 01-JAN-91 $00^h00^m26\overset{s}{.}0$]	25.0
[01-JAN-91 $00^h00^m26\overset{s}{.}0$, 01-JAN-92 $00^h00^m27\overset{s}{.}0$]	26.0
[01-JAN-92 $00^h00^m27\overset{s}{.}0$, 01-JUL-93 $00^h00^m28\overset{s}{.}0$]	27.0
[01-JUL-93 $00^h00^m28\overset{s}{.}0$, 01-JUL-94 $00^h00^m29\overset{s}{.}0$]	28.0
[01-JUL-94 $00^h00^m29\overset{s}{.}0$, ...]	29.0

Таблица 7: Разложения приливных вариаций UT1 Йодера.

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	UT1–UT1R (10^{-4} сек)
1	1	0	2	2	2	−0.02
2	2	0	2	0	1	−0.04
3	2	0	2	0	2	−0.10
4	0	0	2	2	1	−0.05
5	0	0	2	2	2	−0.12
6	1	0	2	0	0	−0.04
7	1	0	2	0	1	−0.41
8	1	0	2	0	2	−0.99
9	3	0	0	0	0	−0.02
10	−1	0	2	2	1	−0.08
11	−1	0	2	2	2	−0.20
12	1	0	0	2	0	−0.08
13	2	0	2	−2	2	0.02
14	0	1	2	0	2	0.03
15	0	0	2	0	0	−0.30
16	0	0	2	0	1	−3.21
17	0	0	2	0	2	−7.76
18	2	0	0	0	−1	0.02
19	2	0	0	0	0	−0.34
20	2	0	0	0	1	0.02
21	0	−1	2	0	2	−0.02
22	0	0	0	2	−1	0.05
23	0	0	0	2	0	−0.73
24	0	0	0	2	1	−0.05
25	0	−1	0	2	0	−0.05
26	1	0	2	−2	1	0.05
27	1	0	2	−2	2	0.10
28	1	1	0	0	0	0.04
29	−1	0	2	0	0	0.05
30	−1	0	2	0	1	0.18
31	−1	0	2	0	2	0.44

Продолжение на следующей странице …

Продолжение ...

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	UT1–UT1R (10^{-4} сек)
32	1	0	0	0	−1	0.53
33	1	0	0	0	0	−8.26
34	1	0	0	0	1	0.54
35	0	0	0	1	0	0.05
36	1	−1	0	0	0	−0.06
37	−1	0	0	2	−1	0.12
38	−1	0	0	2	0	−1.82
39	−1	0	0	2	1	0.13
40	1	0	−2	2	−1	0.02
41	−1	−1	0	2	0	−0.09
42	0	2	2	−2	2	−0.057
43	0	1	2	−2	1	0.033
44	0	1	2	−2	2	−1.885
45	0	0	2	−2	0	0.251
46	0	0	2	−2	1	1.170
47	0	0	2	−2	2	−48.247
48	0	2	0	0	0	−0.194
49	2	0	0	−2	−1	0.049
50	2	0	0	−2	0	−0.547
51	2	0	0	−2	1	0.037
52	0	−1	2	−2	1	−0.045
53	0	1	0	0	−1	0.092
54	0	−1	2	−2	2	0.828
55	0	1	0	0	0	−15.359
56	0	1	0	0	1	−0.138
57	1	0	0	−1	0	0.035
58	2	0	−2	0	0	−0.137
59	−2	0	2	0	1	0.422
60	−1	1	0	1	0	0.040
61	0	0	0	0	2	7.900
62	0	0	0	0	1	−1617.268

Таблица 8: Разложения приливных вариаций UT1 Дикмана.

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	UT1–UT1S 10^{-4} сек	
						(sin)	(cos)
1	1	0	2	2	2	-0.02	0.0
2	2	0	2	0	1	-0.04	0.0
3	2	0	2	0	2	-0.10	0.0
4	0	0	2	2	1	-0.05	0.0
5	0	0	2	2	2	-0.12	0.0
6	1	0	2	0	0	-0.04	0.0
7	1	0	2	0	1	-0.40	0.01
8	1	0	2	0	2	-0.98	0.03
9	3	0	0	0	0	-0.02	0.0
10	-1	0	2	2	1	-0.08	0.0
11	-1	0	2	2	2	-0.20	0.0
12	1	0	0	2	0	-0.08	0.0
13	2	0	2	-2	2	0.02	0.0
14	0	1	2	0	2	0.03	0.0
15	0	0	2	0	0	-0.30	0.0
16	0	0	2	0	1	-3.20	0.09
17	0	0	2	0	2	-7.73	0.21
18	2	0	0	0	-1	0.02	0.0
19	2	0	0	0	0	-0.34	0.0
20	2	0	0	0	1	0.02	0.0
21	0	-1	2	0	2	-0.02	0.0
22	0	0	0	2	-1	0.05	0.0
23	0	0	0	2	0	-0.72	0.02
24	0	0	0	2	1	-0.05	0.0
25	0	-1	0	2	0	-0.05	0.0
26	1	0	2	-2	1	0.05	0.0
27	1	0	2	-2	2	0.10	0.0
28	1	1	0	0	0	0.04	0.0
29	-1	0	2	0	0	0.05	0.0
30	-1	0	2	0	1	0.18	0.0
31	-1	0	2	0	2	0.44	0.0
32	1	0	0	0	-1	0.53	0.0

Продолжение на следующей странице ...

Продолжение ...

N	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	UT1–UT1S 10^{-4} сек	
						(sin)	(cos)
33	1	0	0	0	0	−8.33	0.12
34	1	0	0	0	1	0.54	0.0
35	0	0	0	1	0	0.05	0.0
36	1	−1	0	0	0	−0.06	0.0
37	−1	0	0	2	−1	0.12	0.0
38	−1	0	0	2	0	−1.84	0.02
39	−1	0	0	2	1	0.13	0.0
40	1	0	−2	2	−1	0.02	0.0
41	−1	−1	0	2	0	−0.09	0.0
42	0	2	2	−2	2	−0.06	0.0
43	0	1	2	−2	1	0.03	0.0
44	0	1	2	−2	2	−1.88	0.0
45	0	0	2	−2	0	0.25	0.0
46	0	0	2	−2	1	1.17	0.0
47	0	0	2	−2	2	−48.84	0.11
48	0	2	0	0	0	−0.19	0.0
49	2	0	0	−2	−1	0.05	0.0
50	2	0	0	−2	0	−0.55	0.0
51	2	0	0	−2	1	0.04	0.0
52	0	−1	2	−2	1	−0.05	0.0
53	0	1	0	0	−1	0.09	0.0
54	0	−1	2	−2	2	0.83	0.0
55	0	1	0	0	0	−15.55	0.02
56	0	1	0	0	1	−0.14	0.0
57	1	0	0	−1	0	0.03	0.0
58	2	0	−2	0	0	−0.14	0.0
59	−2	0	2	0	1	0.42	0.0
60	−1	1	0	1	0	0.04	0.0
61	0	0	0	0	2	7.90	0.0
62	0	0	0	0	1	−1637.68	0.10

Таблица 9: Разложения субсуточных вариаций UT1 Herring (1992)

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	u_c 10^{-6}сек	u_s 10^{-6}сек
$K1$	0	0	0	0	0	-1	6.51	17.84
$P1$	0	0	2	-2	2	-1	-3.89	-5.91
$O1$	0	0	2	0	2	-1	-17.31	-16.15
$Q1$	1	0	2	0	2	-1	-3.12	-4.35
$S1$	0	1	0	0	0	-1	1.75	1.26
$M1$	1	0	0	0	0	-1	1.84	2.31
$K2$	0	0	0	0	0	-2	0.75	3.65
$S2$	0	0	2	-2	2	-2	-0.09	8.61
$M2$	0	0	2	0	2	-2	-10.81	14.27
$N2$	1	0	2	0	2	-2	-1.61	2.84

Таблица 10: Разложения субсуточных вариаций UT1 по модели hf926 (1993)

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	u_c 10^{-6}сек	u_s 10^{-6}сек
$K1$	0	0	0	0	0	-1	6.25	15.60
$P1$	0	0	2	-2	2	-1	-2.65	-5.25
$O1$	0	0	2	0	2	-1	-15.38	-15.59
$Q1$	1	0	2	0	2	-1	-3.53	-4.01
$S1$	0	1	0	0	0	-1	-0.37	1.11
$M1$	1	0	0	0	0	-1	1.22	1.88
$K2$	0	0	0	0	0	-2	-0.07	3.80
$S2$	0	0	2	-2	2	-2	-1.04	8.60
$M2$	0	0	2	0	2	-2	-10.84	14.71
$N2$	1	0	2	0	2	-2	-2.51	3.20

Таблица 11: Разложения субсуточных вариаций UT1 Степпе (1993)

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	u_c 10^{-6}сек	u_s 10^{-6}сек
$K1$	0	0	0	0	0	-1	13.3	24.5
$P1$	0	0	2	-2	2	-1	-5.5	-4.3
$O1$	0	0	2	0	2	-1	-14.4	-15.2
$Q1$	1	0	2	0	2	-1	1.9	-2.7
$K2$	0	0	0	0	0	-2	-0.1	5.2
$S2$	0	0	2	-2	2	-2	2.6	12.9
$M2$	0	0	2	0	2	-2	-10.0	24.2
$N2$	1	0	2	0	2	-2	-1.1	2.4

Таблица 12: Разложения субсуточных вариаций UT1 Баадера (1983).

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	u_c 10^{-6}сек	u_s 10^{-6}сек
$M2$	0	0	2	0	2	-2	-22.77	-10.32

Таблица 13: Разложения субсуточных вариаций UT1 Гросса (1993)

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	u_c 10^{-6}сек	u_s 10^{-6}сек
$S2$	0	0	2	−2	2	2	−3.13	−17.8
$M2$	0	0	2	0	2	2	−22.7	−27.0
$N2$	1	0	2	0	2	2	−4.69	−5.88
$K1$	0	0	0	0	0	1	11.5	14.7
$P1$	0	0	2	−2	2	−1	3.63	6.14
$O1$	0	0	2	0	2	−1	32.7	13.1

Таблица 14: Разложения приливных флуктуаций координат полюса Herring (1994).

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	P_c $0''.001$	P_s $0''.001$
$K1$	0	0	0	0	0	1	.1330	$-.0738$
$P1$	0	0	-2	2	-2	1	$-.0487$	.0349
$O1$	0	0	-2	0	-2	1	$-.1778$	.0893
$Q1$	-1	0	-2	0	-2	1	$-.0328$	.0107
$K2$	0	0	0	0	0	-2	$-.0263$	.0163
$S2$	0	0	2	-2	2	-2	$-.0665$	.0986
$M2$	0	0	2	0	2	-2	$-.0103$	.2654
$N2$	1	0	2	0	2	-2	$-.0095$	.0468
$K2$	0	0	0	0	0	2	.0389	$-.0045$
$S2$	0	0	-2	2	-2	2	.0023	$-.0120$
$M2$	0	0	-2	0	-2	2	.0014	$-.0577$
$L2$	1	0	-2	0	-2	2	.0118	$-.0120$

Таблица 15: Разложения приливных флуктуаций координат полюса по модели hf926 (1993).

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	P_c $0''.001$	P_s $0''.001$
$K1$	0	0	0	0	0	1	.1290	−.0474
$P1$	0	0	−2	2	−2	1	−.0486	.0283
$O1$	0	0	−2	0	−2	1	−.1330	.0690
$Q1$	−1	0	−2	0	−2	1	−.0339	.0112
$K2$	0	0	0	0	0	−2	−.0153	.0159
$S2$	0	0	2	−2	2	−2	−.0747	.1084
$M2$	0	0	2	0	2	−2	−.0032	.2731
$N2$	1	0	2	0	2	−2	−.0050	.0418
$K2$	0	0	0	0	0	2	.0116	−.0107
$S2$	0	0	−2	2	−2	2	−.0104	−.0156
$M2$	0	0	−2	0	−2	2	.0163	−.0576
$L2$	1	0	−2	0	−2	2	.0023	−.0151

Таблица 16: Разложения приливных флуктуаций координат полюса Степпе (1993).

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	P_a $0''.001$	Фаза °
$K1$	0	0	0	0	0	-1	.194	155°
$P1$	0	0	2	-2	2	-1	.061	5°
$O1$	0	0	2	0	2	-1	.163	311°
$Q1$	1	0	2	0	2	-1	.015	297°
$K2$	0	0	0	0	0	-2	.040	54°
$S2$	0	0	2	-2	2	-2	.049	42°
$M2$	0	0	2	0	2	-2	.092	121°
$N2$	1	0	2	0	2	-2	.034	96°
$K2$	0	0	0	0	0	-2	.077	243°
$S2$	0	0	2	-2	2	-2	.151	310°
$M2$	0	0	2	0	2	-2	.273	276°
$N2$	1	0	2	0	2	-2	.024	224°

Таблица 17: Разложения приливных флуктуаций координат полюса Гросса (1993)

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	P_a $0''.001$	Фаза
$S2$	0	0	2	−2	2	0	.232	287°
$M2$	0	0	2	0	2	0	.303	240°
$N2$	1	0	2	0	2	0	.0405	249°
$S2$	0	0	−2	2	−2	0	.0307	68°
$M2$	0	0	−2	0	−2	0	.105	105°
$N2$	−1	0	−2	0	−2	0	.0219	126°
$K1$	0	0	0	0	0	1	.172	68°
$P1$	0	0	2	−2	2	−1	.0553	67°
$O1$	0	0	2	0	2	−1	.181	78°

Таблица 18: Гармоническое разложение приливообразующего потенциала ETMB 85 (93 главных члена)

N	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	$\frac{\pi}{2}$	Amp	$h_2(N)$	$\ell_2(N)$	$z(N)$
1	0	0	0	0	0	0	0	0.50469	0.606	0.0840	0.014
2	0	0	0	0	1	0	2	0.06554	0.606	0.0840	0.014
3	0	0	2	0	1	0	2	0.00182	0.606	0.0840	0.014
4	0	1	−2	1	0	0	0	0.01579	0.606	0.0840	0.014
5	0	1	0	−1	−1	0	2	0.00542	0.606	0.0840	0.014
6	0	1	0	−1	0	0	0	0.08256	0.606	0.0840	0.014
7	0	1	0	−1	1	0	2	0.00536	0.606	0.0840	0.014
8	0	1	0	1	0	0	2	0.00441	0.606	0.0840	0.014
9	0	1	0	1	1	0	2	0.00181	0.606	0.0840	0.014
10	0	2	−2	0	0	0	0	0.01370	0.606	0.0840	0.014
11	0	2	0	−2	0	0	0	0.00677	0.606	0.0840	0.014
12	0	2	0	0	0	0	0	0.15633	0.606	0.0840	0.014
13	0	2	0	0	1	0	0	0.06481	0.606	0.0840	0.014
14	0	2	0	0	2	0	0	0.00606	0.606	0.0840	0.014
15	0	3	−2	−1	0	0	0	0.00217	0.606	0.0840	0.014
16	0	3	−2	1	0	0	0	0.00568	0.606	0.0840	0.014
17	0	3	−2	1	1	0	0	0.00235	0.606	0.0840	0.014
18	0	3	0	−1	0	0	0	0.02993	0.606	0.0840	0.014
19	0	3	0	−1	1	0	0	0.01240	0.606	0.0840	0.014
20	0	4	−2	0	0	0	0	0.00478	0.606	0.0840	0.014
21	0	4	−2	0	1	0	0	0.00198	0.606	0.0840	0.014
22	0	4	0	−2	0	0	0	0.00396	0.606	0.0840	0.014
23	0	0	0	0	0	0	0	0.23357	0.606	0.0840	0.014
24	0	0	1	0	0	−1	0	0.01172	0.606	0.0840	0.014
25	0	0	2	0	0	0	0	0.07261	0.606	0.0840	0.014
26	0	0	3	0	0	−1	0	0.00424	0.606	0.0840	0.014
27	1	−4	2	1	0	0	−1	0.00278	0.609	0.0852	0.014
28	1	−3	0	2	−1	0	−1	0.00180	0.609	0.0852	0.014
29	1	−3	0	2	0	0	−1	0.00954	0.604	0.0841	0.014
30	1	−3	2	0	−1	0	−1	0.00217	0.609	0.0852	0.014

Продолжение на следующей странице ...

Продолжение ...

N	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	$\frac{\pi}{2}$	Amp	$h_2(N)$	$\ell_2(N)$	$z(N)$
31	1	−3	2	0	0	0	−1	0.01152	0.604	0.0841	0.014
32	1	−2	0	1	−1	0	−1	0.01361	0.609	0.0852	0.014
33	1	−2	0	1	0	0	−1	0.07214	0.603	0.0841	0.014
34	1	−2	2	−1	−1	0	−1	0.00258	0.609	0.0852	0.014
35	1	−2	2	−1	0	0	−1	0.01370	0.603	0.0841	0.014
36	1	−1	0	0	−2	0	1	0.00218	0.609	0.0852	0.014
37	1	−1	0	0	−1	0	−1	0.07108	0.609	0.0852	0.014
38	1	−1	0	0	0	0	−1	0.37677	0.603	0.0841	0.014
39	1	−1	0	2	0	0	1	0.00243	0.609	0.0852	0.014
40	1	−1	2	0	0	0	1	0.00493	0.603	0.0842	0.014
41	1	0	−2	1	0	0	1	0.00278	0.609	0.0852	0.014
42	1	0	0	−1	−1	0	1	0.00197	0.609	0.0852	0.014
43	1	0	0	−1	0	0	1	0.01065	0.609	0.0852	0.014
44	1	0	0	1	0	0	1	0.02963	0.600	0.0842	0.014
45	1	0	0	1	1	0	1	0.00594	0.609	0.0852	0.014
46	1	0	2	−1	0	0	1	0.00566	0.600	0.0843	0.014
47	1	1	−2	0	−1	0	1	0.00199	0.609	0.0852	0.014
48	1	1	0	0	−1	0	−1	0.01050	0.526	0.0866	0.011
49	1	1	0	0	0	0	1	0.36226	0.520	0.0868	0.011
50	1	1	0	0	1	0	1	0.07187	0.514	0.0870	0.011
51	1	1	0	0	2	0	−1	0.00155	0.507	0.0872	0.011
52	1	2	−2	1	0	0	1	0.00566	0.612	0.0839	0.014
53	1	2	0	−1	0	0	1	0.02963	0.611	0.0839	0.014
54	1	2	0	−1	1	0	1	0.00587	0.609	0.0852	0.014
55	1	3	−2	0	0	0	1	0.00492	0.608	0.0840	0.014
56	1	3	0	−2	0	0	1	0.00242	0.609	0.0852	0.014
57	1	3	0	0	0	0	1	0.01622	0.608	0.0840	0.014
58	1	3	0	0	1	0	1	0.01038	0.609	0.0852	0.014
59	1	3	0	0	2	0	1	0.00217	0.609	0.0852	0.014
60	1	4	0	−1	0	0	1	0.00311	0.607	0.0840	0.014
61	1	4	0	−1	1	0	1	0.00199	0.609	0.0852	0.014
62	1	1	−3	0	0	1	−1	0.01025	0.587	0.0847	0.013
63	1	1	−2	0	0	0	−1	0.17500	0.581	0.0849	0.013

Продолжение на следующей странице ...

Продолжение ...

N	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	$\frac{\pi}{2}$	Amp	$h_2(N)$	$\ell_2(N)$	$z(N)$
64	1	1	-1	0	0	1	1	0.00420	0.568	0.0853	0.013
65	1	1	0	0	0	0	1	0.16769	0.520	0.0868	0.011
66	1	1	1	0	0	-1	1	0.00426	0.937	0.0736	0.026
67	1	1	2	0	0	0	1	0.00744	0.662	0.0823	0.016
68	2	-3	0	3	0	0	0	0.00258	0.609	0.0852	0.014
69	2	-3	2	1	0	0	0	0.00671	0.609	0.0852	0.014
70	2	-2	0	2	0	0	0	0.02301	0.609	0.0852	0.014
71	2	-2	2	0	0	0	0	0.02776	0.609	0.0852	0.014
72	2	-2	3	0	0	-1	0	0.00187	0.609	0.0852	0.014
73	2	-1	0	1	-1	0	2	0.00648	0.609	0.0852	0.014
74	2	-1	0	1	0	0	0	0.17386	0.609	0.0852	0.014
75	2	-1	2	-1	0	0	0	0.03302	0.609	0.0852	0.014
76	2	0	-2	2	0	0	2	0.00272	0.609	0.0852	0.014
77	2	0	-1	0	0	1	2	0.00313	0.609	0.0852	0.014
78	2	0	0	0	-1	0	2	0.03388	0.609	0.0852	0.014
79	2	0	0	0	0	0	0	0.90809	0.609	0.0852	0.014
80	2	0	1	0	0	-1	0	0.00276	0.609	0.0852	0.014
81	2	1	-2	1	0	0	2	0.00670	0.609	0.0852	0.014
82	2	1	0	-1	0	0	2	0.02567	0.609	0.0852	0.014
83	2	1	0	1	0	0	0	0.00642	0.609	0.0852	0.014
84	2	1	0	1	1	0	0	0.00283	0.609	0.0852	0.014
85	2	2	0	0	0	0	0	0.07853	0.609	0.0852	0.014
86	2	2	0	0	1	0	0	0.03424	0.609	0.0852	0.014
87	2	2	0	0	2	0	0	0.00372	0.609	0.0852	0.014
88	2	3	0	-1	0	0	0	0.00642	0.609	0.0852	0.014
89	2	3	0	-1	1	0	0	0.00280	0.609	0.0852	0.014
90	2	2	0	0	0	0	0	0.03636	0.609	0.0852	0.014
91	2	2	-3	0	0	1	0	0.02469	0.609	0.0852	0.014
92	2	2	-2	0	0	0	0	0.42179	0.609	0.0852	0.014
93	2	2	-1	0	0	-1	2	0.00353	0.609	0.0852	0.014

Таблица 19: Угловые аргументы Швидерского.

Волна	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	p	ω
K1	0	0	0	-2	0	0	$1.40519 \cdot 10^{-4}$
S2	0	0	0	0	0	0	$1.45444 \cdot 10^{-4}$
N2	-1	0	0	-2	0	0	$1.37880 \cdot 10^{-4}$
K2	0	0	2	-2	2	0	$1.45842 \cdot 10^{-4}$
K1	0	0	1	-1	1	1	$7.2921 \cdot 10^{-5}$
O1	0	0	-1	-1	-1	-1	$6.7598 \cdot 10^{-5}$
P1	0	0	1	-1	1	-1	$7.2523 \cdot 10^{-5}$
Q1	-1	0	-1	-1	-1	-1	$6.4959 \cdot 10^{-5}$
MF	0	0	2	0	2	0	$5.3234 \cdot 10^{-6}$
Mm	1	0	0	0	0	0	$2.6392 \cdot 10^{-6}$
Ssa	0	0	2	-2	2	0	$3.982 \cdot 10^{-7}$

Таблица 20: Регрессионные коэффициенты для атмосферной нагрузки Манабе.

Станция	p_m	A_s	B_s	C_s
ALGOPARK	989.25	0.83	0.11	-0.435
DSS45	940.72	0.76	-0.00	-0.423
EFLSBERG	970.47	0.23	-0.13	-0.413
FORTORDS	987.70	0.74	0.30	-0.201
GILCREEK	972.67	1.72	-0.05	-0.432
HARTRAO	862.68	0.53	0.14	-0.540
HATCREEK	903.05	0.81	0.19	-0.387
HAYSTACK	1002.97	1.14	0.06	-0.369
HRAS 085	841.41	-0.36	-0.21	-0.532
KASHIMA	1005.92	-0.30	0.10	-0.167
KAUAI	889.49	0.47	0.05	-0.053
KWAJAL26	1006.41	0.72	0.09	-0.031
MARPOINT	1017.62	0.89	0.13	-0.406
MEDICINA	1010.55	0.68	0.04	-0.431
MOJAVE12	912.82	0.53	0.24	-0.457
NOBEY 6M	859.37	-1.26	-0.37	-0.276
NOTO	1000.22	-0.08	0.04	-0.210
NRAO0853	926.90	-0.41	-0.28	-0.479
NRAO 140	924.70	-0.43	-0.29	-0.481
ONSALA60	1004.94	0.48	-0.07	-0.254
OVRO 130	882.46	0.61	0.32	-0.444
PLATTVIL	848.22	0.48	0.13	-0.495
PRESIDIO	1010.85	0.08	0.13	-0.092
PTREYES	1010.85	0.15	0.13	-0.112
PVERDES	1008.69	0.24	0.34	-0.159
RICHMOND	1017.73	0.36	0.19	-0.175
SANPAULA	994.78	0.68	0.41	-0.278
SESHAN25	1013.93	-0.12	0.34	-0.379
VNDNBERG	1016.78	0.41	0.32	-0.129
WESTFORD	1006.60	1.20	0.09	-0.366

Продолжение на следующей странице ...

Продолжение ...

Станция	p_m	A_s	B_s	C_s
WETTZELL	938.96	-0.67	-0.17	-0.442

Таблица 21: Регрессионные коэффициенты для атмосферной нагрузки Ван Дама и Херринга.

Станция	C_p (мм/мбар)
GILCREEK	-0.45
ONSALA60	-0.32
WETTZELL	-0.46
WESTFORD	-0.43
HATCREEK	-0.40
NRAO	-0.41
KASHIMA	-0.04
MOJAVE12	-0.42
HRAS 085	-0.55
RICHMOND	-0.35
KAUAI	-0.26

Таблица 22: Скорости вращения тектонических плит. Модель АМО-2.

Плита	Скорость (нанорадиан/год)		
	ω_x	ω_y	ω_y
AFRC	0.988	−3.360	4.192
ANTA	−0.923	−1.657	3.765
ARAB	4.867	−2.922	6.520
AUST	8.433	4.365	7.528
CARB	−0.486	−0.988	1.881
COCO	−11.122	−23.238	12.663
EURA	−0.536	−2.769	3.422
INDI	8.433	4.365	7.528
NAZC	−1.586	−9.299	11.006
NOAM	0.576	−3.984	−0.249
PCFC	−2.143	5.439	−11.438
SOAM	−0.978	−1.863	−1.508

Таблица 23: Скорости вращения тектонических плит. Модель NUVEL.

Плита	Скорость (нанорадиан/год)		
	ω_x	ω_y	ω_y
AFRC	2.521	−8.303	14.529
ANTA	0.721	−6.841	14.302
ARAB	8.570	−5.607	17.496
AUST	9.777	0.297	16.977
CARB	1.393	−8.602	12.080
COCO	−9.323	−27.657	21.853
EURA	0.533	−7.567	13.724
INDI	8.555	−5.020	17.528
JDEF	6.810	3.320	5.310
NAZC	−0.023	−14.032	20.476
NOAM	1.849	−8.826	10.267
PCFC	0.000	0.000	0.000
PHIL	11.900	12.800	0.000
SOAM	0.494	−6.646	9.517

Таблица 24: Скорости вращения тектонических плит. Модель NNR-NUVEL1.

Плита	Скорость (нанорадиан/год)		
	ω_x	ω_y	ω_y
AFRC	0.929	−3.239	4.098
ANTA	−0.862	−1.777	3.871
ARAB	6.987	−0.543	7.067
AUST	8.194	5.362	6.566
CARB	−0.190	−3.538	1.649
COCO	−10.907	−22.592	11.420
EURA	−1.030	−2.503	3.293
INDI	6.973	0.045	7.097
JDEF	5.227	8.386	−5.124
NAZC	−1.607	−8.968	10.046
NOAM	0.265	−3.761	−0.164
PCFC	−1.583	5.065	−10.430
PHIL	10.320	−7.700	−10.430
SOAM	−1.089	−1.581	−0.913

Таблица 25: Скорости вращения тектонических плит. Модель NNR-NUVEL1A.

Плита	Скорость (нанорадиан/год)		
	ω_x	ω_y	ω_y
AFRC	0.888	−3.097	3.919
ANTA	−0.824	−1.699	3.701
ARAB	6.681	−0.519	6.757
AUST	7.835	5.127	6.278
CARB	−0.182	−3.383	1.577
COCO	−10.429	−21.602	10.920
EURA	−0.985	−2.393	3.149
INDI	6.668	0.043	6.786
JDEF	4.998	8.019	−4.900
NAZC	−1.537	−8.575	9.606
NOAM	0.253	−3.596	−0.157
PCFC	−1.514	4.843	−9.973
PHIL	9.868	−7.363	−9.973
SOAM	−1.041	−1.512	−0.873

Таблица 26: Скорости послеледникового поднятия по модели Ice-3G.

Станция	Скорость (мм/год)		
	V	E	N
ALGOPARK	3.9	0.2	−1.2
CHURCHLL	7.6	0.0	−0.3
GILCREEK	−1.0	0.3	0.1
MARPOINT	−1.8	0.1	−0.1
NRAO 140	−1.7	0.1	−0.1
PENTICTN	3.0	0.3	−0.8
PLATTVIL	−1.0	0.2	0.1
RICHMOND	0.0	0.1	0.1
SHEFFERV	10.6	0.6	0.3
WESTFORD	−1.5	0.4	−0.5
WHTHORSE	3.0	−0.4	0.2
YELLOWKN	5.2	−0.5	−0.2
DSS65	0.5	0.1	0.0
EFLSBERG	−0.2	−0.1	0.1
MEDICINA	0.0	−0.1	0.1
METSHOVI	2.8	0.4	−1.3
NYALES20	0.0	−1.5	0.5
ONSALA60	1.4	−0.4	−1.1
TROMSONO	0.5	−1.1	1.1
TRYSILNO	7.9	−1.2	0.0
WETTZELL	−0.1	−0.1	0.0

Таблица 27: Коэффициенты картирующей функции Ниелла

	15°	30°	45°	60°	75°
a_1	$1.2770 \cdot 10^{-3}$	$1.2683 \cdot 10^{-3}$	$1.2465 \cdot 10^{-3}$	$1.2196 \cdot 10^{-3}$	$1.2046 \cdot 10^{-3}$
a_2	0.0	$1.2710 \cdot 10^{-5}$	$2.6524 \cdot 10^{-5}$	$3.4000 \cdot 10^{-5}$	$4.1202 \cdot 10^{-5}$
b_1	$2.9154 \cdot 10^{-3}$	$2.9152 \cdot 10^{-3}$	$2.9288 \cdot 10^{-3}$	$2.9023 \cdot 10^{-3}$	$2.9025 \cdot 10^{-3}$
b_2	0.0	$2.1415 \cdot 10^{-5}$	$3.0161 \cdot 10^{-5}$	$7.2563 \cdot 10^{-5}$	$1.1723 \cdot 10^{-4}$
c_1	$6.2611 \cdot 10^{-2}$	$6.2837 \cdot 10^{-2}$	$6.3722 \cdot 10^{-2}$	$6.3824 \cdot 10^{-2}$	$6.4258 \cdot 10^{-2}$
c_2	0.0	$9.0128 \cdot 10^{-5}$	$4.3497 \cdot 10^{-5}$	$8.4795 \cdot 10^{-4}$	$1.7037 \cdot 10^{-3}$
a_w	$5.8022 \cdot 10^{-4}$	$5.6795 \cdot 10^{-4}$	$5.8118 \cdot 10^{-4}$	$5.9728 \cdot 10^{-4}$	$6.1642 \cdot 10^{-4}$
b_w	$1.4275 \cdot 10^{-3}$	$1.5139 \cdot 10^{-3}$	$1.4573 \cdot 10^{-3}$	$1.5007 \cdot 10^{-3}$	$1.7599 \cdot 10^{-3}$
c_w	$4.3473 \cdot 10^{-2}$	$4.6730 \cdot 10^{-2}$	$4.3909 \cdot 10^{-2}$	$4.4627 \cdot 10^{-2}$	$5.4736 \cdot 10^{-2}$

$$
\begin{aligned}
a_t &= 2.53 \cdot 10^{-5} \\
b_t &= 5.49 \cdot 10^{-3} \\
c_t &= 1.14 \cdot 10^{-3}
\end{aligned}
$$

Список литературы

[1] Rogers A.E.E. Instrumentation improvements to achieve millimeter accuracy. In *Proceedings of the AGU Chapman Conference on Geodetic VLBI: Monitoring Global Change*, NOAA Technical Report NOS 137, NGS 49, pp. 1–7. Washington, D.C., 1991.

[2] Яцкив Я.С., А.М. Финкельштейн. Радиоинтерферометрический комплекс "КВАЗАР" — концепция, задача и основные принципы. *Кинаматика и физика небсных тел*, **6**(3), стр. 61–67, 1990.

[3] Петров Л.Ю. Вторичная обработка геодезических РСДБ наблюдений. II. Модель редукции. Сообщения ИПА № 75, Институт прикладной астрономии, Санкт-Петербург, 1995.

[4] Петров Л.Ю. Вторичная обработка геодезических РСДБ наблюдений. Оценивание параметров модели. Сообщения ИПА № 76, Институт прикладной астрономии, Санкт-Петербург, 1995.

[5] Ma C., J.W. Ryan, D.S. Caprette. NASA space geodesy program – GSFC. Data analysis – 1992. Technical Memorandum $\mathcal{N}$ 104605, NASA, Greenbelt, June 1994.

[6] Hellings R.W. Relativistic effects in astronomical timing measurements. *Astronomical Journal*, **91**(3), pp. 650–654, 1986.

[7] Shadid-Saless B., R.W. Hellings. A picosecond accuracy relativistic VLBI model via Fermi-normal coordinates. *Geophysical Research Letters*, **18**(6), pp. 1139–1142, 1991.

[8] Klioner S.A. General relativistic model of VLBI observables. In *Proceedings of the AGU Chapman Conference on Geodetic VLBI: Monitoring Global Change*, NOAA Technical Report NOS 137, NGS 49, pp. 188–202. Washington, D.C., 1991.

[9] Brumberg V.A. *Essential relativistic mechanics*. Hilger, Bristol, 1990.

[10] McCarthy D.D. (ed.). IERS Standards. IERS Tecnical Note, Observatoire de Paris, July 1992.

[11] Shapiro I.I. Forth test of general relativity. *Phys. Rev. Let.*, **13**(26), pp. 789–791, 1964.

[12] Копейкин С.А. Теория относительности в радиастрономических наблюдениях. *Астрономический журнал*, **67**(1), стр. 12–19, 1990.

[13] Sovers O.J. Observation model and pararmeter partials for the JPL VLBI parameter estimation software MODEST–1991. JPL Publication $\mathcal{N}$ 83–89, Rev. 4, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, 1991.

[14] Медведский М.М. *Определение параметров вращения Земли методом радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой*. Главная Астрономическая Обсерватория Украины, Киев, Кандидатская диссертация, 1993.

[15] Lieske J.H., T. Lederle, W. Fricke, B. Morando. Expressions for the precession quantaties based upon the IAU (1976) system of astronomical constants. *Astronomy and Astrophysics*, **58**(1), pp. 1–19, 1977.

[16] Simon J.L., P. Bretagnon, J. Chapront, M. Chapront-Touzé, G. Francou, J. Laskar. Numerical expressions for precession formulae and mean elements for the Moon and the planet. *Astronomy and Astrophysics*, **282**(2), pp. 663–683, 1994.

[17] Walter F.G., C. Ma. Correction to the lunisolar precession from very long baseline interferometry. *Astronomy and Astrophysics*, **284**(3), pp. 1000–1006, 1994.

[18] Fukushima T. Geodetic nutation. *Astronomy and Astrophysics*, **244** (1), pp. L11–L12, 1991.

[19] Wahr J.M. The forced nutations of an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth. *Geophysical Journal of Rojal Astronomical Society*, **64**, pp. 705–727, 1981.

[20] Herring T.A. The ZMOA-1990 nutation series. In *Proceedings of the 127-th Colloquium of the IAU Referece Systems*, Hughes J.A., C.A. Smith, G.H. Kaplan, eds, pp. 157–166, U.S. Naval Observatory, Washington, D.C., 1991.

[21] Herring T.A., C.R. Gwinn, I.I. Shapiro. Geodesy by radiointerferometry: Studies of the forced nutation of the Earth, 1. Data analysis. *Journal of Geophysical Research*, **91**(B5), pp. 4745–4754, 1986.

[22] McCarthy D.D. (ed.). IERS Standards. IERS Tecnical Note, Observatoire de Paris, November 1989.

[23] Groten E., H.J. Yan. Geodetic aspects of modern precision reference systems. In *Wissenschaftliche Zeitschrift (Transactions of VIII International Lohrmann Colloquim, 22-26 March, 1993)*, **42**, pp. 3–9, 1993.

[24] Yan H.J., E. Groten. The observational models in equatorial coordinate system. In *Изучение Земли как планеты методами астрономии, геофизики и геодезии. Труды III Орловской конференции*, Яцкив Я.С., ред., стр. 58–67, Киев, 1994.

[25] Aoki S., H. Kinoshita. Note on the relationship between the equinox and Ginot's nonrotationg origin. *Celestial Mechanics*, **29**, pp. 335–360, 1983.

[26] Yoder C.F., J.G. Williams, M.E. Parke. Tidal variations of Earth rotation. *Journal of Geophysical Research*, **86**(B2), pp. 881–891, 1981.

[27] Dickman S.R. Dynamic ocean tide effects on Earth's rotation. *Geophysical Journal International*, **112**(3), pp. 448–470, 1993.

[28] Herring T.A., D. Dong. Measurement of diurnal and semidiurnal rotational variations and tidal parameters of the Earth. *Journal of Geophysical Research, (Accepted)*, 1994.

[29] Gipson J.M., 1995. *Private communication.*

[30] Steppe J.A., S.H. Oliveau, O.J. Sovers. Earth rotation parameters from DSN VLBI: 1993. *IERS Tecnical Note*, **14**, pp. R33–R44, September 1993.

[31] Baader H.-R., P. Brosche, W. Hövel. Ocean tides and periodic variations of the Earth's rotation. *Journal of Geophysics*, **52**(2), pp. 140–142, 1983.

[32] Gross R.S. The effect of ocean tides on the Earth's rotation as predicted by the results of an ocean tidal model. *Geophysical Research Letters*, **20**(4), pp. 293–296, 1993.

[33] Melchior P. *The tides of the planet Earth.* Pergamon Press, Oxford, second edition, 1983.

[34] Emerson B., G.A. Wilkins. Proceeding of IAU Colloquim N9 "The IAU systems of astronomical constants", Heidelerberg, 12–14 August 1970. *Celestial Mechanics*, **4**(2), pp. 128–149, 1971.

[35] Doodson A.T. The harmonic development of the tide-generating potential. *Proceedings of Royal Society*, **100**, 1922.

[36] Cartwright D.E., R.J. Tayler. New computations of the tide-generating potential. *Geophysical Journal of Rojal Astronomical Society*, **23**(1), pp. 45–74, 1971.

[37] Cartwright D.E., A.C. Edden. Corrected tables of tidal harmonics. *Geophysical Journal of Rojal Astronomical Society*, **33**, pp. 253–264, 1973.

[38] Büellesfeld F.-J., H. Schuh. New harmonic development of the tide-generating potential ETMB 85 with applications on VLBI data analysis. In *Proceedings of the X Intenatrional Symposium on Earth tides*, Viera R., ed., pp. 933–942, CSIS, Madrid, 1986.

[39] Wahr J.M. Body tides on an elliptical, elastic, rotating and oceanless Earth. *Geophysical Journal of Rojal Astronomical Society*, **64**, pp. 677–703, 1981.

[40] Seidelmann P.K., ed. *Explanotory supplement to the astronomical almanac.* University science books, Mill Valley, California, 1992.

[41] Farell W.E. Deformation of the Earth by surface loads. *Reviews of Geopysics*, **10**, pp. 761–797, 1971.

[42] Scherneck H.G. A parametrized solid Earth tide model and ocean tide loading effects for global geodetic baseline measurements. *Geophysical Journal International*, **106**, pp. 677–694, 1991.

[43] Rabbel W., J. Zschau. Static deformations and gravity changes at the Earth's surface due to atmospheric loading. *Journal of Geophysics*, **56** (2), pp. 81–99, 1985.

[44] Manabe S., S. Sakai, K. Yokoyama. Geodetic parameters obtained with international VLBI observations. In *Proceedings of the International Workshop for reference frames. Establishment and technical development in space geodesy*, pp. 334–340, Tokio, 1993.

[45] Van Dam T.N., T.A. Herring. Detection of atmospheric pressure loading using very long baseline interferometry measurements. *Journal of Geophysical Research*, **99**(B3), pp. 4505–4517, 1994.

[46] Сорохтин О.Г. *Глобальная эволюция Земли.* Издательство МГУ, Москва, 1991.

[47] Tushingham A.M., W.R. Peltier. ICE-3G: A new global model of late Pleistocene deglaciation based upon geophysical predictions of post-glacial relative see-level change. *Journal of Geophysical Research*, **96** (B3), pp. 4497–4523, 1991.

[48] Minster J.B., T.H. Jordan. Present-day plate motions. *Journal of Geophysical Research*, **83**, pp. 5331–5354, 1978.

[49] Argus D.F., R.G. Gordon. No-net rotation model of current plate velocities incorporating plate motion model NUVEL-1. *Geophysical Research Letters*, **18**, pp. 2039–2042, 1991.

[50] Boucher C., Z. Altamini, L. Duhem. Results and analysis of the ITRF93. *IERS Tecnical Note*, **18**, October 1994.

[51] Ma C., J.M. Sauber, L.J. Bell, T.A. Clark, D. Gordon, W.E. Himwich, J.W. Ryan. Measurement of horizontal motions in Alaska using very long baseline interferometry. *Journal of Geophysical Research*, **95**(B13), pp. 21991–22011, 1990.

[52] Ward S.N. North-America-Pacific plate boundary, and elastic megashear: Evidence from very long baseline interferometry. *Journal of Geophysical Research*, **93**, pp. 7716–7728, 1988.

[53] Heki K., Y. Takahashi, T. Kondo. Contraction of northeastern Japan: Evidence from horizontal displacement of a Japanese station in global very long baseline interferometry networks. *Tectonophysics*, **181**, pp. 113–122, 1990.

[54] Mitrovica J.X., J.L. Davis, I.I. Shapiro. Constraining proposed combinations of ice history and Earth rheology using VLBI determined baseline rates in North America. *Geophysical Research Letters*, **20**(21), pp. 2387–2390, 1993.

[55] Tushingham A.M., W.R. Peltier. Validation of the ICE-3G model of Würm-Wisconsin deglaciation using a global data base of relative sea level histories. *Journal of Geophysical Research*, **97**, pp. 3285–3304, 1992.

[56] James T.S., A. Lambert. Comparison of VLBI data with glacial rebound. *Geophysical Research Letters*, **20**(9), pp. 871–874, 1993.

[57] Mitrovica J.X., J.L. Davis, I.I. Shapiro. A spectral formalism for computing three-dimensial deformations due to surface loads. 2. present-day glacial isostatic sdjustment. *Journal of Geophysical Research*, **99**(B4), pp. 7075–7103, 1994.

[58] Cha A.G. Phase and frequency stability of Cassegrainian antennas. *Radio Science*, **22**(1), pp. 156–166, 1987.

[59] Cha A.G., W.V.T. Rusch, T.Y. Otoshi. Microwave delay characteristic of Cassegrainian antennas. *IEEE Transactions on antennas and propagations*, **AP-26**(6), pp. 860–865, 1978.

[60] Rius A., J. Rodriguez, J. Campbell. Geodetic VLBI with large antennas. In *VLBI- and Doppler- papers presented by the geodetic institute of the university of Bonn in the years 1983–1987*, Campbell J., H. Schuh, eds, pp. 59–68, Bonn, 1987.

[61] Томпсон Р., Дж. Моран, Дж. Сенсон. *Интерферометрия и синтез в астрономии.* Мир, Москва, 1989.

[62] Kuehn C.E., W.E. Himwich, T.A. Clark, C. Ma. An evaluation of water vapor radiometer data for calibration of the wet path delay in very long baseline interferometry experiments. *Radio Science*, **26**(6), pp. 1381–1391, 1991.

[63] Kuehn C.E., G. Elgered, J.M. Johansson, T.A. Clark, B.O. Rönnäng. A microwave radiometer comparison and its implication for the accuracy of wet delays. In *Contributions of Spase Geodesy to Geodynamics: Technology*, Smith D.E., D.L. Turcotte, eds, *Geodynamics Series*, **25**, pp. 99–114. Washington, D.C., 1993.

[64] Elgered G., J.L. Davis. Microwave radiometry for correction of atmospheric pathlength variations in VLBI: recent results. In *Proceedings of the 9th working meeting on European VLBI for geodesy and astrometry held at Bad Neuenahr, FRG on September 30/Oct. 1, 1993*, pp. 98–108, 1993.

[65] Elgered G., J.L. Davis, T.A. Herring, I.I. Shapiro. Geodesy by radio interferometry: Water vapor radiometry for the estimation of the wet delay. *Journal of Geophysical Research*, **96**(4), pp. 6541–6556, 1991.

[66] Tralli D.M. Tropospheric path delays on estimation of geodetic baselines in the Gulf using the GPS. *Journal of Geophysical Research*, **97**(B3), pp. 999–1007, 1992.

[67] Black H.D. An easily implemented algorithm for the tropospheric range correction. *Journal of Geophysical Research*, **83**(B4), 1978.

[68] Goff J.A., S. Gratch. Low-pressure properties of water from $-160°$ to $212°F$. *American society of heating and ventilating engeneers. Transactions*, **52**, pp. 95–129, 1946.

[69] Хргиан А.Х., ред. *Международные метеорологичесие таблицы. Сер. 1 и 2, ВМО–198, Тр. 94.* Обнинск, 1975.

[70] Хргиан А.Х. *Физика атмосферы.* Наука, Москва, 1978.

[71] Marini J.W. Corrections of satellite tracking data for an arbitrary profile. *Radio Science*, **7**, pp. 223–231, 1972.

[72] Chao C.C. A model for tropospheric calibration from daily surface and radiosonde ballon measurements. Technical Memo $\mathcal{N}$ 391-350, Jet Propulsion Laboratory, 1972.

[73] Davis J.L., T.A. Herring, I.I. Shapiro, A.E.E. Rogers, G. Elgered. Geodesy by radio interferometry: Effects of atmospheric modelling errors. *Radio Science*, **20**(6), pp. 1593–1607, 1985.

[74] Herring T.A. Modeling atmospheric delay in analysis of spase geodetic data. In *Proceedings of the symposium on Refraction of Transatmospheric Signals in Geodesy, Netherland Geodetic Commission, Delft, Netherlands, Publications on Geodesy, N36*, De Munk J.C., T.A. Spoelstra, eds, pp. 157–164, 1992.

[75] Niell A.E. A new approach for the hydrostatic mapping function. In *Proceedings of the International Workshop for reference frames. Establishment and technical development in space geodesy*, pp. 61–68, Tokio, 1993.

[76] Barel N., T.A. Herring, M.I. Rather, I.I. Shapiro, B.E. Corey. VLBI limits on the proper motion of the 'core' of the superliminal quasar 3C 345. *Nature*, **319**(6056), pp. 733–738, 1986.

[77] Charlot P. Fourteen extragalactic radio sources mapped at 2.3 and 8.4 GHz with a 24-hour crustal dynamics program VLBI experiment. *Astronomy and Astrophysics*, **229**(1), p. 51, 1990.

[78] Britzen S., A.-M. Gontier, A. Witzel, A. Schalinski, J. Campbell. Radio source structure and its influence on the accuracy of geodetic VLBI analysis. In *Proceedings of the 9th working meeting on European VLBI for geodesy and astrometry held at Bad Neuenahr, FRG on September 30/Oct. 1, 1993*, pp. 157–170, 1993.

РТП ЛИЯФ, Зак. Тир. 180, Уч. Изд. л.

Бесплатно